

文章编号: 1001-1595(2008)02-0152-06

中图分类号: P207

文献标识码: A

基于方差分量估计的拟合推估及其在 GIS误差纠正的应用

杨元喜¹, 张菊清², 张亮²

1. 西安测绘研究所, 西安 710054; 2. 长安大学 地质工程与测绘学院, 西安 710054

Variance Component Estimation Based Collocation and Its Application in GIS Error Fitting

YANG Yuan-xi¹, ZHANG Ju-qing², ZHANG Liang²

1. Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China; 2. School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

Abstract: Collocation needs to know the covariance matrix of the signal vector, which is usually evaluated by a chosen covariance function and corresponding coefficient fitting. The covariance matrices of the observational noise and the stochastic signals should be harmonic, the corresponding weight matrices of the observations and the signals should correspond to the same variance scale. Otherwise, the collocation results will be twist. The variance component estimation to balance the stochastic models of the observations and signals of a collocation model is introduced. The maximum likelihood estimator, MNQUE estimator and Helmert estimator of variance components are derived for the collocation. A practical example of error fitting and correcting for a scanning map is given. It is shown that the collocation added by variance component estimation improves the accuracy of scanning maps.

Key words: collocation; variance component estimation; maximum likelihood estimation; MNQUE estimation; Helmert estimation

摘要: 拟合推估解算必须首先求得信号向量的方差协方差矩阵, 该协方差矩阵一般通过选定的协方差函数, 并通过已测点数据进行拟合得到。显然观测噪声的先验方差协方差阵与拟合得到的随机信号的方差协方差矩阵必须相互协调, 即观测噪声向量和信号向量的权矩阵所对应的方差因子应该一致, 否则将对固定效应和随机效应参数的估计带来系统性的影响。应用方差分量估计来协调拟合推估模型中观测噪声和信号向量的随机模型, 并分别从极大似然估计、MNQUE估计、赫尔默特方差分量估计三方面构建了拟合推估模型的方差分量解, 最后利用新提出的理论与方法, 对一幅实际的扫描地形图进行误差纠正, 结果表明基于方差分量估计的拟合推估法能够提高扫描地形图的精度。

关键词: 拟合推估; 方差分量估计; 极大似然估计; MNQUE估计; Helmert估计

1 引言

自大地测量界提出拟合推估 (collocation) 以后, 理论和应用均得到长足进展, 尤其在重力场的推估方面^[1]。在理论研究方面, 有学者研究了拟合推估与最小二乘平差的关系^[2], 为抵制观测异常对拟合推估解的影响, 有人提出了抗差拟合推估理论^[3,4]。拟合推估模型与其他参数估计模型不同, 它不仅含有固定效应部分, 而且还有随机效应部分^[1]。其中固定效应部分一般代表参数估计的确定性部分或倾向性部分, 在观测模型中有显式表达; 而随机效应部分又

分为已测点随机参数 (信号) 和未测点随机参数, 未测点随机参数一般不能以显式参数表示, 其效应体现在已测点信号与未测点信号之间的协方差矩阵之中。

通常进行拟合推估时人们往往重视确定性参数估计部分, 如采用最小二乘 (LS) 估计原则或采用抗差 M 估计原则^[1,3,5,6]; 但是对随机效应部分则完全依赖验前给定的观测方差 协方差矩阵和所选择的协方差函数及其拟合确定的随机信号的方差 协方差矩阵。在随后的拟合推估解算时, 随机模型部分一般视为已知。

实际上, 先验的观测方差协方差阵与拟合得

收稿日期: 2007-08-28; 修回日期: 2007-12-20

作者简介: 杨元喜 (1956-), 男, 江苏姜堰人, 中国科学院院士, 主要从事大地测量数据处理研究。E-mail: yuanxi@pub.xaonline.com

到的随机信号的方差协方差矩阵不可能完全协调,这将导致观测权阵和信号向量的权矩阵比例不合理。从拟合推估计算表达式可明显看出,权矩阵的偏差将直接影响固定效应参数和随机信号参数的估值。而观测值与信号的方差协方差不协调,可部分归结为方差因子的不一致,因此可采用方差分量估计的方法重新调整随机信号向量与观测向量的权比。

利用方差分量估计法调整多类观测信息的权比有丰富的研究成果^[8~15],估计方法多种多样。在测量界除应用方差分量估计的理论成果进行测量数据处理外^[16~20],也对方差分量估计理论进行了研究^[21,23]。在进行方差分量解时,有时会出现负方差现象,Xu等讨论了方差分量的可估性问题,并通过采用附加约束条件的方式有效地避免了负方差现象^[23]。本文主要针对拟合推估模型的方差分量估计进行讨论。分别采用极大似然估计、MNQUE估计和赫尔默特方差分量估计,构建拟合推估模型的方差分量估计解,并讨论其对拟合推估解的影响。

2 拟合推估模型的两种解法

拟合推估的一般模型为^[1]

$$\mathbf{L}_{n \times 1} = \mathbf{A}_{n \times n} \mathbf{X}_{n \times 1} + \mathbf{B}_{n \times k} \mathbf{S}_{k \times 1} + \mathbf{e}_{n \times 1} \quad (1)$$

式中,L为观测向量,e为观测误差向量;AX为确定性参数部分,其中X为未知参数向量,A为设计矩阵;BS为随机效应部分,其中S为随机信号,B为系数矩阵。假设S,e的期望和协方差矩阵分别为

$$\begin{aligned} E(\mathbf{S}) &= 0 & E(\mathbf{e}) &= 0 \\ s = E(\mathbf{S}^T) &, & e = E(\mathbf{e}^T) &, & se &= 0 \end{aligned}$$

则由式(1)知观测向量L的协方差矩阵为

$$\mathbf{L} = \mathbf{B}_s \mathbf{B}^T + \mathbf{e} \quad (2)$$

假设方差因子初值为1,则 $P_L = L^{-1}$, $P_S = S^{-1}$, $P_e = e^{-1}$,在最小二乘准则下可解得固定效应的参数向量和随机效应的信号向量解为^[1]

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_L \mathbf{L} \quad (3)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{B}_s \mathbf{B}^T \mathbf{P}_L (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) \quad (4)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_s \mathbf{S}^{-1} \mathbf{S} \quad (5)$$

式中,S表示未测点信号。

另一种解式是^[2]

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_e \mathbf{A} & \mathbf{A}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} + \mathbf{P}_S \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P}_e \mathbf{L} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{L} \end{pmatrix} \quad (6)$$

式(6)与式(3)、式(4)严格等价。因为从式(6)中的第二个方程可解得

$$\mathbf{S} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} + \mathbf{P}_S)^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{L} - \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{AX}) \quad (7)$$

将式(7)代入式(6)中的第一个方程解得

$$\mathbf{A}^T [\mathbf{P}_e - \mathbf{P}_e \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} + \mathbf{P}_S)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e] \mathbf{A} \mathbf{X} =$$

$$\mathbf{A}^T [\mathbf{P}_e - \mathbf{P}_e \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} + \mathbf{P}_S)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e] \mathbf{L} \quad (8)$$

记

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}_e - \mathbf{P}_e \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \mathbf{B} + \mathbf{P}_S)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_e \quad (9)$$

则有

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{L} \quad (10)$$

易证 $\mathbf{W} \mathbf{L} = \mathbf{I}$,即 $\mathbf{W} = \mathbf{L}^{-1}$ 。于是式(6)表示的固定参数解向量与式(3)完全相同。同理可以证明由式(6)表示的随机信号解与式(4)表示的解等价。

3 拟合推估方差分量估计解

3.1 观测与信号方差分量的极大似然估计

先假设观测向量L服从正态分布,即

$$\mathbf{L} \sim N(\mathbf{AX}, \mathbf{L}) \quad (11)$$

其中,L中含有方差分量 s_{os}^2 和 s_{oe}^2 ,即

$$\mathbf{L} = \mathbf{B} \mathbf{Q}_s \mathbf{B}^T s_{os}^2 + \mathbf{Q}_e s_{oe}^2 \quad (12)$$

其中, \mathbf{Q}_s , \mathbf{Q}_e 分别为S和e的协因数阵。未知参数向量X和 s_{os}^2 、 s_{oe}^2 的似然函数为

$$l(x, s_{os}^2, s_{oe}^2 | L) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\mathbf{L}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) \right\} \quad (13)$$

取对数,并略去常数项得到

$$\begin{aligned} l(x, s_{os}^2, s_{oe}^2 | L) &= -\ln |\mathbf{L}| - (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T \mathbf{L}^{-1} \cdot \\ (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) &= -\ln |\mathbf{L}| - \text{tr}[\mathbf{L}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T] \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)分别对 s_{os}^2 和 s_{oe}^2 求导数,并顾及式(12)得^[2,15,20]

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial s_{os}^2} &= -\text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{Q}_s \mathbf{B}^T \mathbf{L}^{-1}) + \\ \text{tr}[\mathbf{L}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q}_s \mathbf{B}^T \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial s_{oe}^2} &= -\text{tr}(\mathbf{Q}_e \mathbf{L}^{-1}) + \\ \text{tr}[\mathbf{L}^{-1} \mathbf{Q}_e \mathbf{L}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T] \end{aligned} \quad (16)$$

令上两式等于零,并顾及 $\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{P}_L$ 得

$$\begin{aligned} \text{tr}[\mathbf{P}_L \mathbf{B} \mathbf{Q}_s \mathbf{B}^T \mathbf{P}_L (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T] &= \\ \text{tr}(\mathbf{B} \mathbf{Q}_s \mathbf{B}^T \mathbf{P}_L) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{tr}[\mathbf{P}_L \mathbf{Q}_e \mathbf{P}_L (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) (\mathbf{L} - \mathbf{AX})^T] = \text{tr}(\mathbf{Q}_e \mathbf{P}_L) \quad (18)$$

式(17)右端可表示成

$$\begin{aligned} \text{tr}(BQ_S B^T P_L) &= \text{tr}(BQ_S B^T P_L - L P_L) = \\ &\text{tr}[BQ_S B^T P_L (BQ_S B^T \frac{2}{0s} + Q_e \frac{2}{0e}) P_L] = \\ &\text{tr}(BQ_S B^T P_L BQ_S B^T P_L) \frac{2}{0s} + \text{tr}(BQ_S B^T P_L Q_e P_L) \frac{2}{0e} \end{aligned} \quad (19)$$

同理,式(18)右端可表示成

$$\begin{aligned} \text{tr}(Q_e P_L) &= \text{tr}(Q_e P_L BQ_S B^T P_L) \frac{2}{0s} + \\ &\text{tr}(Q_e P_L Q_e P_L) \frac{2}{0e} \end{aligned} \quad (20)$$

整理(19)和(20),并将 $L - AX$ 表示成 V 得

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \text{tr}(BQ_S B^T P_L BQ_S B^T P_L) & \text{tr}(BQ_S B^T P_L Q_e P_L) \\ \text{tr}(BQ_S B^T P_L Q_e P_L) & \text{tr}(Q_e P_L Q_e P_L) \end{pmatrix} . \\ \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2_{0s}}{0s} \\ \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^T P_L BQ_S B^T P_L V \\ V^T P_L Q_e P_L V \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

若 $B = I$,并记

$$\lambda^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2_{0s}}{0s} \\ \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} \end{pmatrix} \quad (22)$$

则有

$$\begin{aligned} \lambda^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2_{0s}}{0s} \\ \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{tr}(Q_S P_L Q_S P_L) & \text{tr}(Q_S P_L Q_e P_L) \\ \text{tr}(Q_S P_L Q_e P_L) & \text{tr}(Q_e P_L Q_e P_L) \end{pmatrix}^{-1} \\ \begin{pmatrix} V^T P_L Q_S P_L V \\ V^T P_L Q_e P_L V \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

3.2 观测与信号向量的方差分量 M INQUE 估计

估

由文献[9, 21]知,方差分量的 M NQUE 估计

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} n - 2\text{tr}(N^{-1}N_e) + \text{tr}(N^{-1}N_e)^2 \\ \text{tr}(N^{-1}N_e N^{-1}N_s) \end{bmatrix} &\quad \begin{bmatrix} \text{tr}(N^{-1}N_e N^{-1}N_s) \\ k - 2\text{tr}(N^{-1}N_s) + \text{tr}(N^{-1}N_s)^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} \\ \frac{\lambda^2_{0s}}{0s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^T P_e V \\ S^T P_s S \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

式中

$$V = AX + BS - L \quad (33)$$

$$N = \begin{bmatrix} A^T P_e A & A^T P_e B \\ B^T P_e A & B^T P_e B + P_s \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$N_e = \begin{bmatrix} A^T P_e A & A^T P_e B \\ B^T P_e A & B^T P_e B \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$N_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & P_s \end{bmatrix} \quad (36)$$

若 $B = I$,则

$$N = \begin{bmatrix} A^T P_e A & A^T P_e \\ P_e A & P_e + P_s \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$N_e = \begin{bmatrix} A^T P_e A & A^T P_e \\ P_e A & P_e \end{bmatrix} \quad (38)$$

表达式为

$$G^2 = q \quad (24)$$

其中

$$G = \begin{cases} \text{tr}(HBQ_S B^T HBQ_S B^T) & \text{tr}(HBQ_S B^T HQ_e) \\ \text{tr}(HBQ_S B^T HQ_e) & \text{tr}(HQ_e HQ_e) \end{cases} \quad (25)$$

$$q = \begin{cases} V^T HBQ_S B^T HV \\ V^T HQ_e HV \end{cases} \quad (26)$$

$$H = P_L - P_L A (A^T P_L A)^{-1} A^T P_L \quad (27)$$

如此可得观测与信号的方差分量 M NQUE 估计为

$$\lambda^2 = G^{-1} q \quad (28)$$

若 $B = I$,则有

$$G = \begin{cases} \text{tr}(HQ_S HQ_S) & \text{tr}(HQ_S HQ_e) \\ \text{tr}(HQ_S HQ_e) & \text{tr}(HQ_e HQ_e) \end{cases} \quad (29)$$

$$q = \begin{cases} V^T HQ_S HV \\ V^T HQ_e HV \end{cases} \quad (30)$$

3.3 观测与信号的 Helmert 方差分量估计

观测方程(1)等价于

$$\begin{aligned} L = AX + BS + e &\quad D_e = \frac{2}{0e} P_e^{-1} \\ L_s = S &\quad D_{L_s} = \frac{2}{0s} P_s^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

这里将 S 同时视为观测向量和参数向量。由文献[21, 22]知, $\frac{2}{0e}$ 和 $\frac{2}{0s}$ 的估计量可分别按下式进行计算^[21]

可以证明,当两类观测值相互独立时, M NQUE 估计与 Helmert 方差分量估计等价^[21]。

4 拟合推估迭代解

由初始 $P_s^0 = \frac{1}{s} I$, $P_e^0 = \frac{1}{e} I$,求得 X^0 和 S^0 后,利用方差分量估计求解 $\frac{\lambda^2_{0s}}{0s}$ 和 $\frac{\lambda^2_{0e}}{0e}$,如此新的信号向量和观测向量的权矩阵为

$$P_s^{(1)} = P_s^0 / \frac{\lambda^2_{0s}}{0s} \quad (39)$$

$$P_e^{(1)} = P_e^0 / \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} \quad (40)$$

将新的 P_s 和 P_e 代入式(7)求解固定效应参数 $X^{(1)}$ 和随机信号向量 $S^{(1)}$,由 $X^{(1)}$ 和 $S^{(1)}$ 求得残差向量,重新估计方差分量。因为已经假设 $P_s = \frac{1}{s} I$, $P_e = \frac{1}{e} I$,即隐含假设 $\frac{2}{0s} = \frac{2}{0e} = 1$,于是,解算时终止迭代条件设定为 $\frac{\lambda^2_{0s}}{0s} = \frac{\lambda^2_{0e}}{0e} = 1$ 。考虑到

计算中存在误差,因此只要在允许的误差范围内,满足 $\hat{\lambda}_{0s}^2 - \hat{\lambda}_{0e}^2 = 1$ 即可。实际计算时取迭代终止条件为 $|\hat{\lambda}_{0s}^2 - 1| < 0.0001$, $|\hat{\lambda}_{0e}^2 - 1| < 0.0001$ 。

其一步迭代解的表达式为

$$\begin{pmatrix} X \\ S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T P_e A & A^T P_e B \\ B^T P_e A & B^T P_e B + \frac{\hat{\lambda}_{0e}^2}{\hat{\lambda}_{0s}^2} P_s \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A^T P_e L \\ B^T P_e L \end{pmatrix} \quad (41)$$

对于未测点信号 S ,其估值为

$$\hat{S} = \hat{\Lambda}_s \hat{\Lambda}_s^{-1} S \quad (42)$$

式中

$$\hat{\Lambda}_s = \frac{\hat{\lambda}_{0s}^2}{\hat{\lambda}_{0e}^2} S \quad (43)$$

$$\hat{\Lambda}_s S = \frac{\hat{\lambda}_{0s}^2}{\hat{\lambda}_{0e}^2} S S \quad (44)$$

因此

$$S = S S^{-1} \hat{S} \quad (45)$$

于是基于方差分量估计的拟合推估解中,未测点信号的解式与正常拟合推估一致,但由于 S 的变化,将影响未测点信号 S 解的数值的变化。

5 算例与分析

按上述的原理对一幅 1:50 000 的扫描地形图进行图幅纠偏,共采集了 390 个格网点作为纠偏点,选择其中均匀分布在在整个图幅的 366 个点作为已测信号点,另外 24 个点作为检核点(未测信号点)分别求解正常拟合推估解(NMCO)、基于

方差分量极大似然估计的拟合推估解(MLE)、基于方差分量 MNQUE 估计的拟合推估解(MNQUE)和基于 Helmert 方差分量估计的拟合推估解(Helmert)。信号协方差矩阵由高斯函数拟合求得^[7]。表 1 为 4 种方案下的已测点与外部检核点的均方根误差,图 1 表示的是它们的残差分布曲线,其中由于 MNQUE 估计和 Helmert 方差分量估计对应的拟合推估解等价,于是只给出其中一种方法的图形。图 2 为 X 分量残差统计分布图,受篇幅限制,Y 分量残差统计分布图不再绘出。

表 1 各方案精度比较

Tab 1 Comparison of RMS

方案	RMS(已测点)	RMS(检核点)
NMCO	X 2.554 9	4.070 1
	Y 2.698	3.640 5
MLE	X 1.346 7	3.737 8
	Y 1.719 9	3.384 2
MNQUE	X 1.233 7	3.719 3
	Y 1.627 2	3.375 0
Helmert	X 1.233 7	3.719 3
	Y 1.627 2	3.375 0

分析计算结果可以看出:

1. 基于方差分量的拟合推估法整体上均优于正常拟合推估,残差分布曲线更为集中,残差统计分布图更为陡峭,内部符合精度和外部检核精度都有不同程度的提高,表明应用方差分量估计能较好地调节随机误差与信号之间的权比,从而使得残差的分配更为合理。

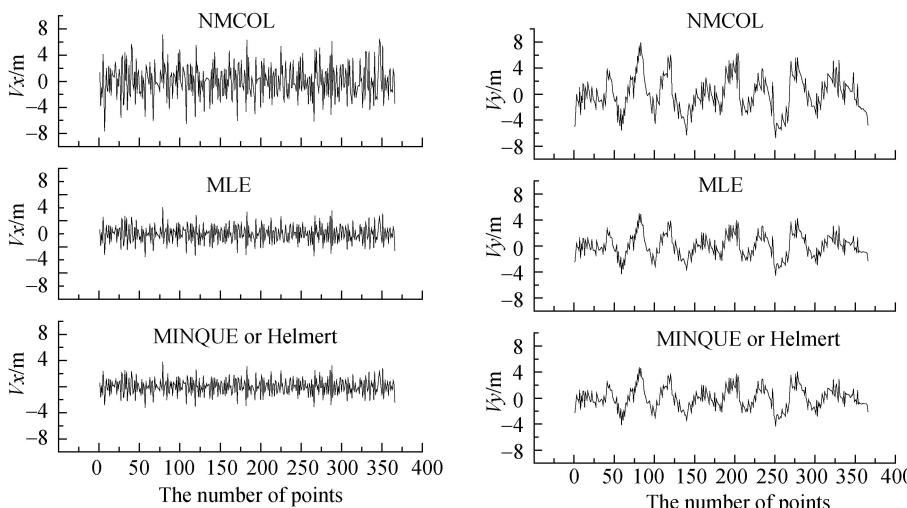


图 1 残差分布曲线图

Fig 1 Residuals corresponding to the 4 schemes

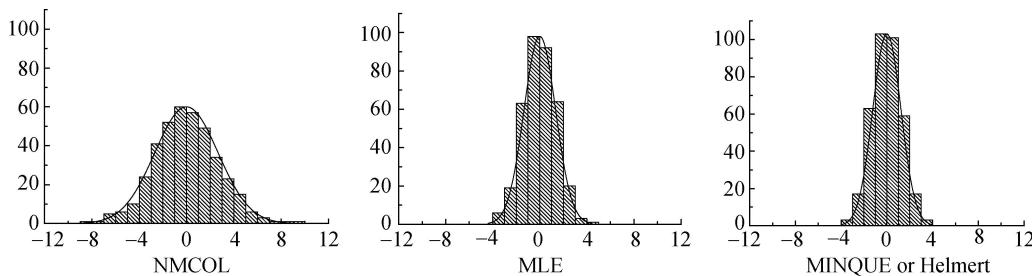


图2 X分量残差统计分布图

Fig 2 Residual distribution of the 4 schemes for X component

2 极大似然估计、MINQUE估计和Helmert估计结果相差不大,尤其是MINQUE估计和Helmert估计,结果完全一致,与理论相符,这表明不同的方差分量估计法基本等价,为计算方便,建议采用MINQUE估计。

3 基于方差分量估计的拟合解(已测点解)的精度改善幅度明显大于推估解(未测点信号解)的精度改善,这是因为推估信号 s 只与已测点信号 s 有关,而方差分量比因子在 s 与 s 的解式中不起作用,即 s 与 s 的关系仍由协方差函数唯一确定, s 的改善只能通过 s 的精度改善得到体现,表1的数值结果也说明了这一点。

4 在本算例中,X分量的精度改善要明显优于Y分量,这可能与原始数据有关,因为本次选用的地形图在X方向的变形要比Y方向明显。

6 结 论

拟合推估的信号估计精度取决于验前协方差函数的选择和协方差函数的拟合精度。若观测值的先验方差协方差阵与由协方差函数拟合得到的信号的方差协方差阵之间不协调,必然会影响固定效应与随机效应参数的求解。应用方差分量估计可以较好地调节两者之间的权比,从而削弱观测值与随机信号的方差协方差之间不协调带来的影响。

方差分量估计方法很多。一般情况下,只要通过迭代计算,几种方差估计求得的结果基本一致,均能较合理地调整观测量与随机信号之间的权比,从而提高拟合推估的精度。必须指出,方差分量估计只能从整体上调整观测方差协方差与信号方差协方差之间的关系,不能调整随机信号之间的互相关关系。随机信号之间的互相关关系由选择的协方差函数和相应的协方差函数拟合数据确定,于是协方差函数的选择及其拟合也十分重

要,这已超出本文的研究范围,暂不讨论。

参 考 文 献:

- [1] MORITZ H. Least-squares Collocation (Reihe A) [R]. Munchen: Deutsche Geodantische Kommission, 1978.
- [2] KOCH K R. Least Squares Adjustment and Collocation [J]. Bulletin Géodésique, 1977, 51: 127-135.
- [3] YANG Y. Robustifying Collocation [J]. Manuscripta Geodetica, 1992, 17(1): 21-28.
- [4] SCHAFFERN B. On Robust Collocation [A]. Proceedings of the First Marussi Symp on Mathematical Geodesy [C]. Milano: [s n], 1986. 343-361.
- [5] KRARUP T. Some Remarks about Collocation [M]. Berlin: Springer, 1978. 193-209.
- [6] TSCHERNING C C. Collocation and Least Squares Methods as a Tool for Handling Gravity Field Dependent Data Obtained through Space Research Techniques [A]. Proc of European Workshop, European Space Agency [C]. Paris [s n], 1978. 141-149.
- [7] YANG Yuan-xi, LIU Nian. A New Resolution of Collocation by Two Minimization Steps [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, 31(3): 192-195. (杨元喜,刘念.拟合推估两步极小解法[J].测绘学报,2002,31(3):192-195.)
- [8] CASACA J, HENRIQUES M J. Variance Component Estimation Theory and Its Application [A]. Network Analysis [C]. Lisboa : LNEC, 1985.
- [9] RAO C R. Minimum Variance and Covariance Components—MINQUE Theory [J]. Journal of Multivariate Analysis, 1971, 1: 257-275.
- [10] HARTLEY Ho, RAO JNK. Maximum Likelihood Estimation for the Mixed Analysis of Variance Model [J]. Biometrika, 1967, 54: 93-108.
- [11] WANG Song-gui. Improved Estimators of Variance Components [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1999, 22(1), 115-122. (王松桂.方差分量的改进估计[J].应用数学学报,1999,22(1):115-122.)
- [12] WU Mi-xia, WANG Song-gui. The Optimum Estimate of Fixed Effect and Variance Component in Mixed-linear Model [J]. Science in China Ser A Mathematics, 2004, 34(3): 373-384. (吴密霞,王松桂.线性混合模型中固定效应和方

- 差分量同时最优估计 [J]. 中国科学 A辑数学, 2004, 34(3): 373-384.)
- [13] SHI Jian-hong, WANG Song-gui Generalized Spectral Decomposition Estimate of Variance Components [J]. Appl Math J Chinese Univ(Ser. A), 2005, 20(1): 83-89. (史建红,王松桂. 方差分量的广义谱分解估计 [J]. 高校应用数学学报 (A辑), 2005, 20(1): 83-89.)
- [14] RAO C R, KLEFFE J. Estimation of Variance Components and Applications [M]. New York: North-Holland, 1988.
- [15] HUANG Song-gui The Theory and Application of Linear Theory [M]. Hefei: Anhui Education Press, 1987. 434-437. (王松桂. 线性模型的理论及其应用 [M]. 合肥:安徽教育出版社, 1987. 434-437.)
- [16] TONG Xiao-hua, ZHAO Jian-guo Variance Component Estimation of Cadastral Parcel Area Processing in GIS [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2002, 31 (S1): 109-112. (童小华,赵建国. GIS中地籍总地面积的方差分量估计 [J]. 测绘学报, 2002, 31(S1): 109-112.)
- [17] LIU Chang-jian, WU Hong-ju, HUANG Yong A New Method for Adjusting Weight Ratio of Two Kind of Observations [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2006, 9: 47-68. (刘长建,吴洪举,黄勇. 一种调整两类观测值权比的新方案 [J]. 测绘通报, 2006, 9: 47-68.)
- [18] YANG Yuan-xi, GAO Wei-guang Integrated Navigation by Using Variance Component Estimates of Multi-sensor Measurements and Adaptive Weights of Dynamic Model Information [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33 (1): 22-26. (杨元喜,高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航. 测绘学报, 2004, 33(1): 22-26.)
- [19] CHEN Ying-yan, CHENG Peng-fei, GU Dan-sheng, MI Jin-zhong Data Processing Method for Combined Adjustment of National Astrogeodetic Network and GPS 2000 Network [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32 (2): 148-151. (成英燕,程鹏飞,顾旦生,秘金钟. 天文大地网与GPS2000网联合平差数据处理方法. 武汉大学学报 (信息科学版). 2007, 32(2): 148-151.)
- [20] KOCH K R. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models (Second, Updated and Enlarged Edition) [M]. Berlin: Springer, 1999.
- [21] HUANG Wei-bin The Theory and Application for Modern Adjustment [M]. Beijing: PLA Publishing House, 1990. 119-127. (黄维彬. 近代平差理论及其应用 [M]. 北京:解放军出版社. 1992. 376-381.)
- [22] GRAFARENDE E W, SCHAFER N B. Variance-Covariance-Component Estimation of Helmert Type [J]. Surveying and Mapping, 1979, (1): 15-21.

(责任编辑:张燕燕)

(上接第 141页)

- [23] FELDL N, BLHAM R. Great Himalayan Earthquakes and the Tibetan Plateau [J]. Nature, 2006, (444): 165-170.
- [24] LI Yan-xing, LI Zhi, ZHANG Jing-hua, et al Horizontal Strain Field in the Chinese Mainland and Surrounding Areas [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47 (2): 222-231. (李延兴,李智,张静华,等. 中国大陆及周边地区的水平应变场 [J]. 地球物理学报, 2004, 47(2): 222-231.)
- [25] LI Yan-xing, ZHANG Jing-hua, HE Jian-kun, et al Integral-rotation Linear Strain Model and Intraplate Deformation-strain Field of the Philippine Sea Plate [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2006, 49 (5): 1 339-1 346. (李延兴,张静华,何建坤,等. 菲律宾海板块的整体旋转线性应变模型与板内形变—应变场 [J]. 地球物理学报, 2006, 49 (5):

1 339-1 346.)

- [26] ZHANG Jing-hua, LI Yan-xing, GUO Liang-qian, et al Study on Present-day Deformation and Strain Field in North China by Use of GPS Data [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2004, 24(3): 40-46. (张静华,李延兴,郭良迁,等. 用GPS测量结果研究华北现今构造形变场 [J]. 大地测量与地球动力学, 2004, 24(3): 40-46.)
- [27] ZHANG Jing-hua, LI Yan-xing, GUO Liang-qian, et al Contemporary Tectonic Movement and Internal Deformation of South China Block [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2005, 25 (3): 57-62. (张静华,李延兴,郭良迁,等. 华南块体的现今构造运动与内部形变 [J]. 大地测量与地球动力学, 2005, 25 (3): 57-62.)

(责任编辑:雷秀丽)

(上接第 151页)

- [14] WU Fu-mei, YANG Yuan-xi GPS/NS Integrated Navigation by Adaptive Filtering Based on Wavelet Threshold De-noising [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2007, 36 (2): 124-128, 140. (吴富梅,杨元喜. 基于小波阈值消噪自适应滤波的GPS/NS组合导航 [J]. 测绘学报, 2007, 36 (2): 124-128, 140.)
- [15] YANG Yuan-xi Adaptive Navigation and Kinematic Positioning [M]. Beijing: Publishing House of Surveying and Map-

ping, 2006. (杨元喜. 自适应动态导航定位 [M]. 北京:测绘出版社, 2006.)

- [16] YANG Yuan-xi, GAO Wei-guang Integrated Navigation by Using Variance Component Estimates of Multi-sensor Measurements and Adaptive Weights of Kinematic Model Information [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33 (1): 22-26. (杨元喜,高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航 [J]. 测绘学报, 2004, 33(1): 22-26.)

(责任编辑:丛树平)