

文章编号: 1001-1595(2008)04-0495-06

中图分类号: P208

文献标识码: A

## 3 维 GIS 中位置关系的定性描述与推理

刘 新<sup>1</sup>, 刘文宝<sup>2</sup>, 李成名<sup>1</sup>, 崔先国<sup>2</sup>

1. 中国测绘科学研究院, 北京 100039; 2. 山东科技大学 地球信息科学与工程学院, 山东 青岛 266510

### Qualitative Representation and Reasoning of Positional Relationships in 3D GIS

LIU Xin<sup>1</sup>, LIU Wen-bao<sup>2</sup>, LI Cheng-ming<sup>1</sup>, CUI Xian-guo<sup>2</sup>

1. Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100039, China; 2. College of Geoinformation Science & Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China

**Abstract:** Qualitative representation and reasoning of positional relationships are recognized as one of the promising theoretical themes in three-dimensional (3D) GISs which are related to urban information management, planning and services as well as mining engineering fields. The focus of the studies deals with the methodologies on the descriptions of spatial objects and the determinations of their geo-referenced relationships. In this paper, a geometrical projection-based system was applied to divide a 3D space into sub-divisions. Analytical geometry was used as mathematical tool to qualitatively represent both distance and direction relationships, which were then integrated to develop a conceptual framework to depict positional relationships. A generalized equation for qualitative reasoning of positional relations was derived as the result from the integrated reasoning. Empirical examples were provided to show the qualitative reasoning process and results of positional relationships for some classical cases.

**Key words:** three dimension space; positional relationships; qualitative distance; direction relationships; qualitative reasoning

**摘 要:** 3 维空间中位置关系的定性描述和推理是当前城市和矿山 GIS 界的重要理论课题之一, 主要涉及如何用定性距离和方向关系来综合描述目标对象及相对于其参照物的空间位置关系的方法。本文基于投影系统划分空间方向区域, 利用解析几何工具表达距离关系和方向关系, 建立组合距离和方向关系来描述位置关系的概念框架, 导出位置关系组合推理的一般表达式, 并通过例子说明一些典型的位置关系定性推理过程和结果。

**关键词:** 3 维空间; 位置关系; 定性距离; 方向关系; 定性推理

## 1 引 言

空间关系的描述和推理是当前测绘学、地理学、计算机学和认知科学等学科中共同关心的问题。空间关系通常包括距离关系、方向关系和拓扑关系, 在本质上分别表达了空间数据间具有不同层次性的一种约束<sup>[1,2]</sup>。其中, 距离关系对空间数据的约束最强, 方向关系次之, 而拓扑关系最弱<sup>[3]</sup>。以往对空间关系的描述和推理方面的研究多是针对单一空间关系类型开展的。近来倾向于综合考虑距离、方向和拓扑关系, 建立集成化模型, 用于保障空间关系描述的惟一性和提高空间

关系推理的准确性<sup>[4]</sup>。

与拓扑关系集成相关的研究已有较多<sup>[5,6]</sup>, 而对距离和方向关系间集成的研究还相对较少。距离关系和方向关系分别表达了位置关系的不同侧面。距离关系可用距离区间描述一个物体相对于另一个物体的远近关系, 而定性距离是描述距离区间的自然语言。在定义距离区间时, 相邻区间的长度之比必须是一个常数, 以便当以同样的比例放大或缩小距离区间时, 由定性距离所合成的结果具有稳健性<sup>[7]</sup>。与之不同, 方向关系描述一个物体相对于另一个物体的方位关系, 由目标物、参照物和固定参考点惟一确定<sup>[8]</sup>。在 2 维空

收稿日期: 2007-09-05; 修回日期: 2008-06-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(40471109); 国家科技支撑计划子课题(2006BAJ15B02); 数字区域地理空间框架建设示范项目(1469990624204); 中国测绘科学研究院基本科研业务费资助项目(77748); 地理空间信息工程国家测绘局重点实验室经费资助项目(B2808)

作者简介: 刘 新(1969-), 女, 山东肥城人, 博士, 主要从事空间数据挖掘和空间数据共享理论等方面的研究。

E-mail: xinliu1969@126.com

间中,原子方向可以简单地用度数(0°,45°,…)表示,也可用具有一定方向区域的定性值或符号表示。这种方向区域可由投影系统或锥形系统获得<sup>[9]</sup>。一般认为,综合距离和方向关系能更好地表达位置关系<sup>[10]</sup>。当距离关系或方向关系为定性关系时,位置关系也是定性的。用定性距离和方向关系综合描述某一空间对象相对于其参照物的空间位置关系的方法,称为位置关系的定性描述;而由空间对象 A 与 B 的定性位置关系和 B 与 C 的定性位置关系来确定 A 与 C 的定性位置关系称为位置关系的定性推理<sup>[11]</sup>。

目前对位置关系的研究主要集中于 2 维空间中位置关系的定性描述和推理,采用的方法为基于锥形系统的空间划分方法<sup>[12,13]</sup>和集成关系方法<sup>[14]</sup>。随着城市和矿山 GIS 的发展,3 维空间中位置关系的定性描述和推理已成为必须解决的问题。本文根据基于投影的空间划分方法,利用解析几何工具将 2 维空间中的相关研究结果推广到 3 维空间中。

## 2 位置关系定性描述

### 2.1 距离关系

在地理空间中,设目标对象 B 与参照物 A 间的直线距离为  $d(A, B)$ 。将距离划分为区间:  $(a_0, a_1], (a_1, a_2], (a_2, a_3], (a_3, a_4], (a_4, a_5], \dots$ , 其中  $a_i < a_{i+1}$ 。定义描述距离区间  $(a_i, a_{i+1}]$  的自然语言  $q_i$  为定性距离  $q_i$ , 则上述距离区间所对应的自然语言分别为“很近”(  $q_0$  )、“近”(  $q_1$  )、“中间”(  $q_2$  )、“远”(  $q_3$  )和“很远”(  $q_4$  )等。若采用上述 5 个定性距离来描述目标对象与参照物间的远近关系,取相邻定性距离区间的距离范围  $(a_{i+1} - a_i)$  之比为常数  $k$ , 则这 5 个区间将参照物所在的 3 维空间划分为 5 个部分:  $q_0, q_1, q_2, q_3, q_4$ 。

定性距离满足 3 个约束条件<sup>[15]</sup>: 距离范围单调递增; 后面的距离范围大于前面所有距离范围之和; 吸收率。其中吸收律的含义为:如果  $i \gg j$ , 则  $i \pm j = i$  ( $i = a_{i+1} - a_i, j = a_{j+1} - a_j$ )。将二元逻辑关系“ $\gg$ ”的定义为:对于任意给定的正数  $\epsilon$ , 如果满足  $\frac{a_{i+1} - a_i}{a_{j+1} - a_j} > \frac{1}{\epsilon}$ , 则有  $i \gg j$ 。这里,注意两点: 二元逻辑关系“ $\gg$ ”的含义需要根据具体情况理解。如果令  $\epsilon = 0.1$ , 则只要  $\frac{a_{i+1} - a_i}{a_{j+1} - a_j} > 0.1$ , 就有  $i \gg j = i$ ; 如果  $\epsilon = 0.01$ , 则只要  $\frac{a_{i+1} - a_i}{a_{j+1} - a_j} > 0.01$ , 就有

$i \pm j = i$ 。相邻的定性距离所对应的距离范围之比  $k = \frac{a_{i+1} - a_i}{a_j - a_{j-1}}$  是常数。因此,当  $k > 10$  时,如果  $\epsilon = 0.1$ , 则对任意的  $i, j \in \{0, 1, 2, \dots, 4\} (i \neq j)$ , 有  $i \gg j = i$ ; 如果  $\epsilon = 0.01$ , 则只要  $|i - j| \geq 2$ , 就有  $i \gg j = i$ 。

### 2.2 方向关系

方向关系采用投影法划分参照物 A 所在的空间,空间划分平面为

$$x_{\max} : x_{\max} = \max\{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$

$$x_{\min} : x_{\min} = \min\{x_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$$

$$y_{\max} : y_{\max} = \max\{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$

$$y_{\min} : y_{\min} = \min\{y_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$$

$$z_{\max} : z_{\max} = \max\{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\},$$

$$z_{\min} : z_{\min} = \min\{z_A | (x_A, y_A, z_A) \in A\}$$

其中,平面  $z_{\max}$  和  $z_{\min}$  将参照物所在的空间划分为上部( *up* )、中间( *between* )和下部( *down* ),其范围由集合表示为

$$up = \{ (x, y, z) | z > z_{\max} \}$$

$$between = \{ (x, y, z) | z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \}$$

$$down = \{ (x, y, z) | z < z_{\min} \}$$

平面  $x_{\max}, x_{\min}, y_{\max}$  和  $y_{\min}$  将参照物所在的空间划分为 9 个区域,其范围由集合表示为

$$N = \left\{ (x, y, z) \mid x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y > y_{\max} \right\}$$

$$NE = \left\{ (x, y, z) \mid x > x_{\max}, y > y_{\max} \right\}$$

$$E = \left\{ (x, y, z) \mid x > x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \right\}$$

$$SE = \left\{ (x, y, z) \mid x > x_{\max}, y < y_{\min} \right\}$$

$$S = \left\{ (x, y, z) \mid x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y < y_{\min} \right\}$$

$$SW = \left\{ (x, y, z) \mid x < x_{\min}, y < y_{\min} \right\}$$

$$W = \left\{ (x, y, z) \mid x < x_{\min}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \right\}$$

$$NW = \left\{ (x, y, z) \mid x < x_{\min}, y > y_{\max} \right\}$$

$$same = \left\{ (x, y, z) \mid x_{\min} \leq x \leq x_{\max}, y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \right\}$$

因此,这 6 个平面将参照物所在的空间划分为 27 个方向区域  $O_{i,j}$ , 其中,  $i \in \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW, same\}$ ,  $j \in \{up, between, down\}$ 。当参照物 A 为点时,有  $x_{\max} = x_{\min}, y_{\max} = y_{\min}, z_{\max} = z_{\min}$ 。

### 2.3 距离关系与方向关系组合描述

本文以点状物体为参照物,用 5 个定性距离  $q_0, q_1, q_2, q_3, q_4$  分别描述目标对象与参照物之间距离的远近关系:“很近”、“近”、“中间”、“远”和“很远”。用投影法描述 3 维空间中目标对象与参照物间的方向关系,则用定性距离和方向关系

划分后的 3 维空间如图 1 所示。在组合定性距离和方向关系描述物体的位置时,采用定性距离在前、方向关系在后的方法,即  $d_{AB} dir(A, B)$ 。其中,  $d_{AB}$  为目标对象  $B$  与参照物  $A$  间的定性距离,  $dir(A, B)$  为  $B$  相对于  $A$  的方向关系。

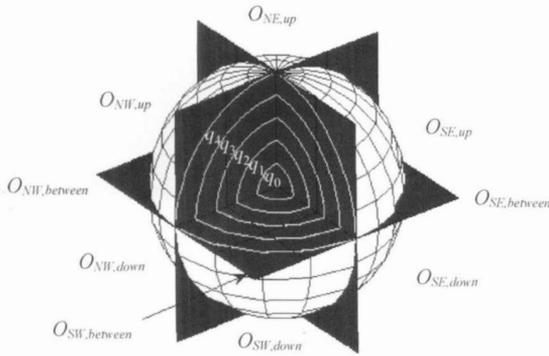


图 1 由定性距离和方向关系划分的 3 维空间

Fig. 1 3D space divided by qualitative distances and direction relations

### 3 定性推理

根据  $A$  与  $B$  间的位置关系,以及  $B$  与  $C$  间的位置关系,推导  $A$  与  $C$  间的位置关系,可用公式描述为

$$d_{AB} dir(A, B) \quad d_{BC} dir(B, C) \quad d_{AC} dir(A, C) \quad (1)$$

直接利用定性距离和方向关系描述位置关系是在球面坐标系下的,而本文的有关描述和推理都是建立在笛卡尔坐标系中,因此球面坐标应转换到笛卡尔坐标,即

$$\left\{ (x_B, y_B, z_B) \mid \begin{cases} x_B - x_A = d(A, B) \sin \theta_A \cos \theta_A \quad d(A, B) \quad a_{i+1} \\ y_B - y_A = d(A, B) \sin \theta_A \sin \theta_A \quad A \quad [0, \quad ] \\ z_B - z_A = d(A, B) \cos \theta_A \quad A \quad [0, 2) \end{cases} \right\} \quad (5)$$

根据式(5),当  $B$  和  $A$  间的定性距离为  $q_i$  时,即  $B$  的坐标范围为当  $B$  和参照物  $A$  的距离  $d(A, B) \in (a_i, a_{i+1}]$  时,

$$\left\{ (x_B, y_B, z_B) \mid \begin{cases} x_B - x_A = d(A, B) \sin \theta_A \cos \theta_A \quad d(A, B) \quad (a_i, a_{i+1}] \\ y_B - y_A = d(A, B) \sin \theta_A \sin \theta_A \quad A \quad [0, \quad ] \\ z_B - z_A = d(A, B) \cos \theta_A \quad A \quad [0, 2) \end{cases} \right\} \quad (6)$$

同理,当  $C$  和  $B$  间的定性距离为  $q_j$  时,即当  $C$  和参照物  $B$  的距离  $d(B, C) \in (a_j, a_{j+1}]$  时,  $C$  的坐标范围为

$$\left\{ (x_C, y_C, z_C) \mid \begin{cases} x_C - x_B = d(B, C) \sin \theta_B \cos \theta_B \quad d(B, C) \quad (a_j, a_{j+1}] \\ y_C - y_B = d(B, C) \sin \theta_B \sin \theta_B \quad B \quad [0, \quad ] \\ z_C - z_B = d(B, C) \cos \theta_B \quad B \quad [0, 2) \end{cases} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \phi, & 0 &< \theta < \pi \\ y &= r \sin \theta \sin \phi, & 0 &< \phi < 2\pi \\ z &= r \cos \theta, & 0 &< r < +\infty \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$r = \text{constant}$  时为以原点为球心的球面,  $\theta = \text{constant}$  时为以原点为顶点、 $Z$  轴为中心轴的圆锥面,  $\phi = \text{constant}$  时为过  $Z$  轴的半平面<sup>[16]</sup>。

在 3 维空间中,球面坐标系下的方向区域  $O_{k,l}$ ,  $k \in \left\{ \left[ \frac{0}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right], \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right] \right\}$ ,  $l \in \left\{ \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right], \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right] \right\}$  转换为笛卡尔坐标系下的方向区域  $O_{k,l}$  ( $k \in \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW, same\}$ ,  $l \in \{up, between, down\}$ )。设  $B$  相对于  $A$  的位置关系为  $q_i O_{k,l}$ ,  $q_i O_{k,l}$  在球面坐标系下的区间范围为

$$q_i O_{k,l} = \left\{ (x_B, y_B, z_B) \mid \begin{cases} O_{k,l} \mid a_i \leq r_{AB} \leq a_{i+1} \\ k \in \left\{ \left[ \frac{0}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right], \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right] \right\} \\ l \in \left\{ \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right], \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right], \left[ \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right] \right\} \end{cases} \right\} \quad (3)$$

$q_i O_{k,l}$  在笛卡尔坐标系下的区间范围为

$$q_i O_{k,l} = \left\{ (x_B, y_B, z_B) \mid \begin{cases} O_{k,l} \mid a_i \leq \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \leq a_{i+1} \\ k \in \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW, same\}, \\ l \in \{up, between, down\} \end{cases} \right\} \quad (4)$$

设点状物体  $A, B, C$  的坐标分别为  $A(x_A, y_A, z_A)$ ,  $B(x_B, y_B, z_B)$ ,  $C(x_C, y_C, z_C)$ , 且  $d(A, B) \in (a_i, a_{i+1}]$ ,  $d(B, C) \in (a_j, a_{j+1}]$ 。当  $B$  和参照物  $A$  的距离  $d(A, B) \in (a_i, a_{i+1}]$  时,  $B$  的坐标范围为

由式(6)、(7)得,当  $d(A, B) \in (a_i, a_{i+1}]$ , 且  $d(B, C) \in (a_j, a_{j+1}]$  时,  $C$  的坐标范围为

$$\left\{ (x_C, y_C, z_C) \mid \begin{cases} x_C - x_A = d(A, B) \sin \alpha_A \cos \alpha_A + d(B, C) \sin \beta_B \cos \beta_B \\ y_C - y_A = d(A, B) \sin \alpha_A \sin \alpha_A + d(B, C) \sin \beta_B \sin \beta_B \\ z_C - z_A = d(A, B) \cos \alpha_A + d(B, C) \cos \beta_B \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha_A, \beta_B \in [0, \pi] \\ \alpha_A, \beta_B \in [0, 2\pi) \end{matrix} \right\} \quad (8)$$

令  $x_{AC} = x_C - x_A, y_{AC} = y_C - y_A, z_{AC} = z_C - z_A$ , 式(8)可改写为

$$\left\{ (x_{AC}, y_{AC}, z_{AC}) \mid \begin{cases} x_{AC} = d(A, B) \sin \alpha_A \cos \alpha_A + d(B, C) \sin \beta_B \cos \beta_B \\ y_{AC} = d(A, B) \sin \alpha_A \sin \alpha_A + d(B, C) \sin \beta_B \sin \beta_B \\ z_{AC} = d(A, B) \cos \alpha_A + d(B, C) \cos \beta_B \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha_A, \beta_B \in [0, \pi] \\ \alpha_A, \beta_B \in [0, 2\pi) \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

式(9)就是根据  $B$  相对于  $A$  的位置关系和  $C$  相对于  $B$  的位置关系求得的  $C$  相对于  $A$  的位置关系的表达式。

### 4 推理分析

3 维空间中目标对象与其参照物间的位置关系共有  $5 \times 27 = 135$ , 位置关系定性推理共有  $135 \times 135 = 18\ 225$  组合推理, 这已远超出了人们的认知分辨率。本文以  $dir(A, B) = O_{NE, l}, l \in \{up, be-$

$tween, down\}$  为例将推理划分为 4 种类型:  
 $q_i O_{NE, l_1} \quad q_j O_{SE, l_2}, q_i O_{NE, l_1} \quad q_j O_{SW, l_2}, q_i O_{NE, l_1}$   
 $q_j O_{N, l_2}, q_i O_{NE, l_1} \quad q_j O_{S, l_2} (l_1, l_2 \in \{up, between,$   
 $down\})$  的推理。以距离区间比  $k = 5$  研究第一种推理的部分内容  $q_i O_{NE, l_1} \quad q_j O_{SE, l_2} (l_1, l_2 \in \{up,$   
 $down\})$ , 并通过分析得出定性推理规律。根据式(9)和吸收律对  $q_i O_{NE, up} \quad q_j O_{SE, up}$  进行推理, 结果列于表 1。在根据吸收律研究推理时, 假设当  $|i - j| \geq 2$  时, 满足  $i \gg j$  或  $j \gg i$ 。

表 1  $q_i O_{NE, up} \quad q_j O_{SE, up}$  的推理结果  
 Tab. 1 Reasoning results of  $q_i O_{NE, up} \quad q_j O_{SE, up}$

	$q_0 O_{SE, up}$	$q_1 O_{SE, up}$	$q_2 O_{SE, up}$	$q_3 O_{SE, up}$	$q_4 O_{SE, up}$
$q_0 O_{NE, up}$	$q_0 / q_1$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2$ $N\ EUS\ EU$	$q_2 O_{SE, up}$	$q_3 O_{SE, up}$	$q_4 O_{SE, up}$
$q_1 O_{NE, up}$	$q_0 / q_1 / q_2$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ $N\ EUS\ EU$	$q_3 O_{SE, up}$	$q_4 O_{SE, up}$
$q_2 O_{NE, up}$	$q_2 O_{NE, up}$	$q_0 O_{NE, up}$ $q_1 / q_2 / q_3$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 O_{SE, up}$ $q_1 / q_2 / q_3 / q_4$ $N\ EUS\ EU$	$q_4 O_{SE, up}$
$q_3 O_{NE, up}$	$q_3 O_{NE, up}$	$q_3 O_{NE, up}$	$q_0 / q_1 O_{NE, up}$ $q_2 / q_3 / q_4$ $N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4 N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 O_{SE, up}$ $q_2 / q_3 / q_4$ $N\ EUS\ EU$
$q_4 O_{NE, up}$	$q_4 O_{NE, up}$	$q_4 O_{NE, up}$	$q_4 O_{NE, up}$	$q_0 / q_1 / q_2 O_{NE, up}$ $q_3 / q_4 N\ EUS\ EU$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ $/ q_4 N\ EUS\ EU$

注:  $N\ EUS\ EU = (O_{NE, up}, O_{E, up}, O_{SE, up})$ 。

由表 1 可见,  $q_i O_{NE, up} \quad q_j O_{SE, up}$  的推理结果为

$$d_{AC} dir(A, C) = \begin{cases} q_0 / q_1 / \dots / q_{i-2} O_{NE, up} \quad q_{i-1} / q_i / q_{i+1} \{ O_{NE, up}, O_{E, up}, O_{SE, up} \} & i = j + 1 \\ q_0 / q_1 / \dots / q_i / q_{i+1} \{ O_{NE, up}, O_{E, up}, O_{SE, up} \} & i = j \\ q_0 / q_1 / \dots / q_{i-2} O_{SE, up} \quad q_{i-1} / q_i / q_{i+1} \{ O_{NE, up}, O_{E, up}, O_{SE, up} \} & i = j - 1 \\ q_i O_{NE, up} & i - j = 2 \\ q_j O_{SE, up} & j - i = 2 \end{cases}$$

根据对称性可得  $q_i O_{NE, up} \quad q_j O_{NW, up}$  的推理结果为

$$d_{AC} dir(A, C) = \begin{cases} q_0 / q_1 / \dots / q_{i-2} O_{NE, up} \quad q_{i-1} / q_i / q_{i+1} \{ O_{NW, up}, O_{N, up}, O_{NE, up} \} & i > j \\ q_0 / q_1 / \dots / q_i / q_{i+1} \{ O_{NW, up}, O_{N, up}, O_{NE, up} \} & i = j \\ q_0 / q_1 / \dots / q_{i-2} O_{NW, up} \quad q_{i-1} / q_i / q_{i+1} \{ O_{NW, up}, O_{N, up}, O_{NE, up} \} & i < j \\ q_i O_{NE, up} & i - j = 2 \\ q_j O_{NW, up} & j - i = 2 \end{cases}$$

同理可得  $q_i O_{NE,1} \quad q_j O_{NW,1}, q_i O_{SE,1} \quad q_j O_{NE,1},$   
 $q_i O_{SE,1} \quad q_j O_{SW,1}, \dots, (l \in \{up, down\})$  推理结

果。另外,图 2 绘出了用 MATLAB 模拟  $q_1 O_{NE,up}$   
 $q_j O_{SE,up} (|1 - j| = 1)$  的推理结果。

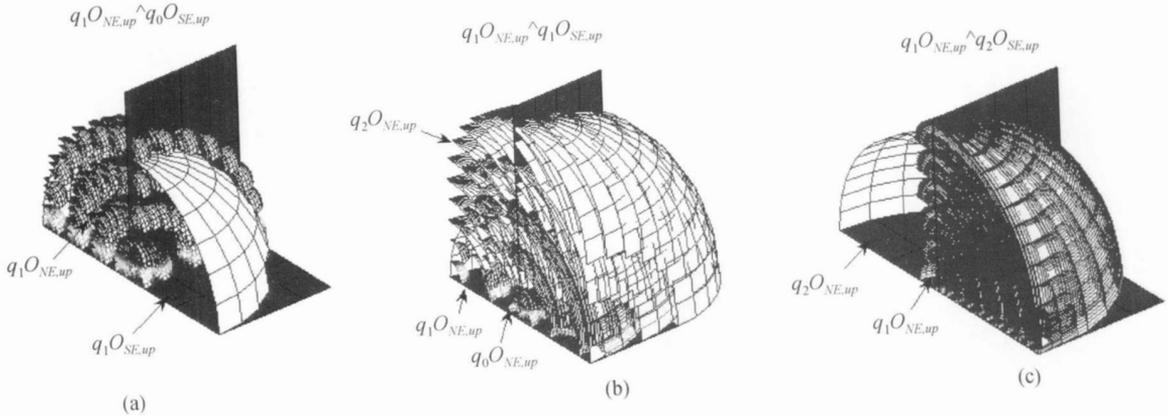


图 2  $q_1 O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,up}, |1 - j| = 1$  的推理结果

Fig. 2 Reasoning results of  $q_1 O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,up} (|1 - j| = 1)$

根据式(9)对  $q_i O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,down}$  进行推理,结果列于表 2 中。

表 2  $q_i O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,down}$  的推理结果

Tab. 2 Reasoning results of  $q_i O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,down}$

	$q_0 O_{SE,down}$	$q_1 O_{SE,down}$	$q_2 O_{SE,down}$	$q_3 O_{SE,down}$	$q_4 O_{SE,down}$
$q_0 O_{NE,up}$	$q_0 / q_1$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2$ N E U S E D	$q_2 O_{SE,down}$	$q_3 O_{SE,down}$	$q_4 O_{SE,down}$
$q_1 O_{NE,up}$	$q_0 / q_1 / q_2$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ N E U S E D	$q_3 O_{SE,down}$	$q_4 O_{SE,down}$
$q_2 O_{NE,up}$	$q_2 O_{NE,up}$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D	$q_4 O_{SE,down}$
$q_3 O_{NE,up}$	$q_3 O_{NE,up}$	$q_3 O_{NE,up}$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D
$q_4 O_{NE,up}$	$q_4 O_{NE,up}$	$q_4 O_{NE,up}$	$q_4 O_{NE,up}$	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D	$q_0 / q_1 / q_2 / q_3 /$ $q_4$ N E U S E D

注: N E U S E D =  $(O_{NE,1}, O_{E,1}, O_{SE,1}), l \in \{up, between, down\}$ 。

根据表 2,可得  $q_i O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,down}$  的推理结果为

$$d_{ACdir}(A, C) = \begin{cases} q_0 / q_1 / \dots / q_{\max\{i,j\}+1} \{O_{NE,1}, O_{E,1}, O_{SE,1}\} & |i - j| = 1 \\ q_i O_{NE,up} & |i - j| = 2, l \in \{up, between, down\} \\ q_j O_{SE,down} & j - i = 2 \end{cases}$$

根据对称性可得  $q_i O_{NE,down} \quad q_j O_{SE,up}$  的推理结果为

$$d_{ACdir}(A, C) = \begin{cases} q_0 / q_1 / \dots / q_{\max\{i,j\}+1} \{O_{NE,1}, O_{E,1}, O_{SE,1}\} & |i - j| = 1 \\ q_i O_{NE,down} & |i - j| = 2, l \in \{up, between, down\} \\ q_j O_{SE,up} & j - i = 2 \end{cases}$$

同理可得  $q_i O_{NE,up} \quad q_j O_{NW,down}, q_i O_{SE,up}$

$q_j O_{SW,down}, q_i O_{SE,up} \quad q_j O_{SW,down}, \dots$  的推理结果。

图 3 是模拟  $q_1 O_{NE,up} \quad q_j O_{SE,down} (|1 - j| = 1)$  的结果。

### 5 结束语

由定性距离和方向关系可以描述的定性位置关系个数为定性距离个数和方向区域个数的乘积。由于方向区域和定性距离均具有排他性和完

备性,因此由定性距离和方向关系建立的位置关系也具有完备性和排他性。根据目标对象  $B$  与参照物  $A$  的位置关系,以及目标对象  $C$  与参照物  $B$  的位置关系,推导出的  $C$  与参照物  $A$  的位置关系公式不仅可以描述目标对象相对于静态参照物

的位置关系,还可以描述目标对象相对于动态参照物的位置关系。本文根据位置关系公式研究了位置关系定性推理,用 MATLAB 语言模拟了典型位置关系定性推理,并根据位置关系组合推理表,研究位置关系定性推理的规律。

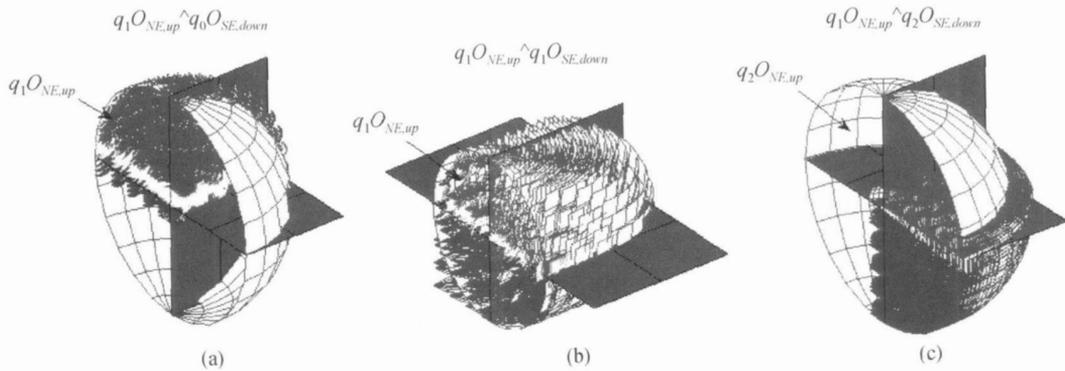


图 3  $q_1 O_{NE,up} \hat{=} q_j O_{SE,down} (|1-j| \geq 1)$  的推理结果

Fig. 3 Reasoning results of  $q_1 O_{NE,up} \hat{=} q_j O_{SE,down} (|1-j| \geq 1)$

## 参考文献:

- [1] EGENHOFER M J. Pre-processing Queries with Spatial Constrains [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 1994, 60(6):783-970.
- [2] CHEN Jun, ZHAO Ren-liang. Spatial Relations in GIS: a Survey on Its Key Issues and Research Progress [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(2):95-102. (陈 军, 赵仁亮. 空间关系的基本问题与研究进展[J]. 测绘学报, 1999, 28(2):95-102.)
- [3] SCHLIEDER C. Reasoning about Ordering [A]. Spatial Information Theory: a Theoretical Basis for GIS, Proc COSIT95 [C]. Berlin :Springer-Verlag, 1995. 341-349.
- [4] CAO Han, CHEN Jun. Qualitative Description and Reasoning of Spatial Distance and Direction [J]. Journal of Xi'an Petroleum University (Natural Science Edition), 2001, 16(1):68-72. (曹 菡, 陈 军. 方向关系与距离关系的定性描述与推理[J]. 西安石油学院学报(自然科学版), 2001, 16(1):68-72.)
- [5] SHARMA J. Integrated Spatial Reasoning in Geographic Information Systems: Combining Topology and Direction [D]. Orono:University of Maine, 1996.
- [6] HE Jian-hua, LIU Yao-lin. An Integrated Model for Topology and Direction Relation Reasoning [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33(2):156-162. (何建华, 刘耀林. GIS 中拓扑和方向关系推理模型[J]. 测绘学报, 2004, 33(2):156-162.)
- [7] HONG J H. Qualitative Distance and Direction Reasoning in Geographic Space [D]. Orono:University of Maine, 1994.
- [8] FRANK A U. Qualitative Spatial Reasoning: Cardinal Direction as an Example [J]. Int J of Geographic Information Systems, 1996, 10(3):269-290.
- [9] PEUQUET D J, ZHAN C X. An Algorithm to Determine the Directional Relationship between Arbitrarily-Shaped Polygons in the Plane [J]. Pattern Recognition, 1987, 20(1):65-74.
- [10] PEUQUET D J. Toward the Definition and Use of Complex Spatial Relationships [A]. The 3rd International Symposium on Spatial Data Handling [C]. Sydney:[s. n.], 1988. 211-223.
- [11] FRANK A U. Qualitative Spatial Reasoning about Distances and Directions in Geographic Space [J]. Journal of Visual Languages and Computing, 1992, (3):343-371.
- [12] HONG J H, EGENHOFER M J, FRANK A U. On the Robustness of Qualitative Distance and Direction Reasoning [A]. Proceedings of Auto-Carto 12[C]. Charlotte:[s. n.], 1995.
- [13] CLEMENTINI E, Di FELICE P, HERNÁNDEZ D. Qualitative Representation of Positional Information [J]. Artificial Intelligence, 1997, 95(2):317-356.
- [14] SANTOS M Y, AMARAL L A. Geo-spatial Data Mining in the Analysis of a Demographic Database [J]. Soft Comp, 2005, (9):374-384.
- [15] HERNÁNDEZ D, CLEMENTINI E, Di FELICE P. Qualitative Distances [A]. Spatial Information Theory: a Theoretical Basis for GIS, Proc COSIT'95 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 45-47.
- [16] LV Lin-gen, XU Zi-dao. Analytical Geometry (3rd Edition) [M]. Beijing: The Publishing House of Higher Education, 1987. (吕林根, 许子道. 解析几何(第3版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1987.)

(责任编辑:雷秀丽)