

高速铁路精密工程控制测量精度研究

刘家臣

(吉林省第二测绘院, 吉林 长春 130062)

摘要: 高速铁路轨道控制测量采用精密控制测量技术, 采用斜轴墨卡托投影可以避免高斯投影投影带可控范围小, 坐标转换和分带计算的问题, 对于东西走向的线路能很好地控制投影长度变形。文章以长吉高铁控制测量数据, 实现斜轴墨卡托投影, 经过其投影精度的探讨, 确定斜轴墨卡托投影能满足高铁精密控制测量的精度要求。

关键词: 控制测量; 长度变形; 高斯投影; 斜轴墨卡托投影

中图分类号: TU198.2 文献标识码: B 文章编号: 1672-5867(2011)06-0215-04

Research on Accuracy of Precise Engineering Control Survey for High-Speed Railway

LIU Jia - chen

(The Second Surveying and Mapping Institute of Jilin Province, Changchun 130062, China)

Abstract: The problems such as the controlled area by projection zone is small, the coordinate transforming and calculating by zones of Gauss Projection can be avoided if control survey of high speed railway tracks adopts precise control survey technology with Inclined Axis Mercator Projection. The projection length deformation can be controlled well of east-west trend lines. This article achieves Inclined Axis Mercator Projection with Changji High-speed Railway control survey data. After the discussion on accuracy of projection, it is assured that the accuracy requirements of high-speed precise control survey can be met by Inclined Axis Mercator Projection.

Key words: control measurement; length deformation; Gauss Projection; Oblique Axis Mercator Projection

0 引言

我国《客运专线无砟轨道铁路工程测量技术》中规定: 高速铁路使用的工程控制测量坐标系投影长度变形值变形 $\delta < 1:100\,000$ ($< 1:170\,000$)。按照这种要求, 我国目前工程中采用的高斯投影在不考虑高差投影变形的影响下, 线路东西方向最多只能控制 56 km 左右, 这样必将增加投影带的分带数, 给工程施工带来了诸多不便。本文提出沿铁路线方向, 采用等角斜切圆柱投影, 并通过数据分析其应用于高速铁路测量的优越性。

1 斜轴墨卡托投影的原理、方法

1.1 斜轴墨卡托投影的原理

为了计算的便利, 我们常把地球作为球体, 并应用球面坐标系作为投影原面上的坐标系。如图 1 所示, 设地球原来的极点为 P , 新极点 $Q(\phi_0, \lambda_0)$ 是通过斜圆柱与球面相切的切线所形成大圆的天顶, 在圆球表面上任选一点

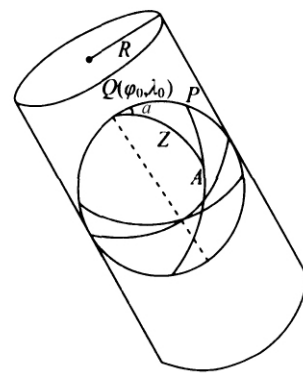


图 1 斜圆柱与球体相切

Fig. 1 Oblique column is tangent to the sphere

A 连接 QA , 大圆弧 QA 所对的中心角为 Z , 称为极距, 以大圆弧 QP 作为起始边, 沿顺时针方向与圆弧 QA 所夹之角为 a , 称为方位角, 则 A 点的球面坐标可表示为 $A(Z, \rho)$ 。

收稿日期: 2011-10-10

作者简介: 刘家臣(1959-) 男, 吉林九台人, 高级工程师, 主要从事工程测量、地籍测量、大地测量等工作。

斜轴墨卡托投影中,没有角度变形, x 轴与通过新极点的经线重合, y 轴为投影后的假想赤道线,坐标原点为投影后的赤道线与 x 轴的交点,计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} x &= R \ln \cot z/2 \\ y &= R(\alpha_0 - \alpha) \\ \mu &= \cos Z = 1/\sin Z \\ \omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 α_0 为球面坐标方位角; μ 为长度比; ω 为角度变形。

1.2 斜轴墨卡托投影的方法

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (1 + e^2 \cos^4 B_0 / (1 - e^2))^{1/2} \\ e &= \sqrt{(a^2 - b^2)} / a \\ \sin \varphi &= \sin(B/\alpha) \\ W_0 &= \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0} \\ M_0 &= a(1 - e^2) / W_0^3 \\ N_0 &= a/W_0 \\ R &= \sqrt{M_0 N_0} \\ \lambda &= \alpha L \\ \mu &= \alpha R \cos \varphi / N \cos B \\ \omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

为提高斜轴墨卡托投影的精度,减小长度变形,投影前,先将椭球面的地理坐标等角投影到球面:原点为椭球体中心,球半径取测区中心椭球面上某点 B_0 纬度处的平均曲率半径,在该纬线上球面投影没有长度、角度变形,球面投影见公式(2)。其中 a, b 分别为椭球的长半轴和短半轴; e 为椭圆的第一偏心率; B, L 为参考椭球面地理坐标; M 为椭球的子午圈曲率半径; N 为椭球的卯西圈曲率半径; φ, λ 为投影球面地理坐标; ω 为角度变形; λ 为长度比。

将参考椭球面的大地坐标投影到球面后,我们需要确定投影中线(即球面和斜圆柱的切线)的位置,然后再在中线上任意选定两点 $A(\varphi_1, \lambda_1), B(\varphi_2, \lambda_2)$,再由选出的这两点按照以下公式计算出球面坐标系的新极点:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -(\tan \varphi_2 \cos \lambda_1 - \tan \varphi_1 \cos \lambda_2) \\ k_2 &= (\tan \varphi_2 \sin \lambda_1 - \tan \varphi_1 \sin \lambda_2) \\ \tan \lambda_0 &= k_1/k_2 \\ \tan \varphi_0 &= -\cos(\lambda_1 - \lambda_0) / \tan \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 φ_0, λ_0 为球面坐标系新极点坐标。考虑到三角函数的周期性,由上式便可解出两个球面坐标系新极点,同时这两个极点位于球面同一直径的两个端点上,然后在这两个极点中我们选取其中一点作为出发点,根据这点的

坐标将其他点的地理坐标转换成球面坐标:

$$\left. \begin{aligned} \cos Z &= \sin \varphi \sin \varphi_0 \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \\ k_3 &= (\sin \varphi \cos \varphi_0 - \cos \varphi \sin \varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0)) \\ \tan \alpha &= \cos \varphi \sin(\lambda - \lambda_0) / k_3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

这里 λ, φ 为球面任一点的经纬度。

2 斜轴墨卡托投影的计算步骤

1) 确定球的半径 R 。这里我们选取测区中心(B_0, L_0)的平均曲率半径作为球半径,在小范围内,球体与椭球的拟合还是很好的,即高差投影的影响不是很大,此时,球体中心与椭球中心重合,然后根据球面投影公式,将椭球面经纬度(B, L)转化成球面经纬度(φ, λ);

2) 确定投影中线的位置。通常情况下我们是依据铁路线的实际走向选取投影中线,而当铁路主轴线的方向变化较大时,再重新选取投影中线,这里我们根据线路的实际情况,即线路走向变化不大时,选取连接首末两点的直线作为投影中线,这样大大减少了计算量,并且最终结果也符合规范要求,所以这样选取投影中线有它的合理性。需要注意一点,当线路走向变化明显,选取投影中线时,依据线路走向进行分带投影,每个投影带之间要有一定程度地重叠。

3) 根据投影中线上选定的两点 $A(\varphi_1, \lambda_1), B(\varphi_2, \lambda_2)$ 根据公式(3)计算出球面坐标系的新极点(φ_0, λ_0),再根据公式(4)将其他球面地理坐标转化成球面坐标;

4) 根据公式(1)计算长度变形值和斜轴墨卡托投影平面坐标。

3 斜轴墨卡托投影的应用

首先,我们在一个大区域内比较高斯投影和斜轴墨卡托投影对东西向线路投影变形的影响,选取连接 $A(36^\circ 00'00'' , 114^\circ 00'00'')$ 到 $B(40^\circ 00'00'' , 118^\circ 00'00'')$ 的大圆线为投影中线,在图上我们选出投影中线附近的 10 个点,依据斜轴墨卡托投影的计算步骤,计算出测区中心($38^\circ 00'00'' , 116^\circ 00'00''$) 处的平均曲率半径。根据 A, B 两点求出球面新极点的地理坐标为($-29^\circ 36'34.23'' , 179^\circ 48'21.5''$),再将其他点也转化为球面地理坐标。高斯投影是以经线 $116^\circ 00'00''$ 为中央经线,每点对应的高斯投影平面边长变形和斜轴墨卡托投影平面边长变形均为该点到测区中心的数值,参考椭球采用 1975 国际椭球,具体计算数据见表 1,投影示意图如图 2 所示。

表 1 大范围内两种投影精度比较

Tab. 1 Accuracy comparison of two projections in big area

点号	大地经纬度 ($^\circ \cdot ' \cdot ''$)	球面地理坐标 ($^\circ \cdot ' \cdot ''$)	投影后平面坐标 $x/m \ y/m$	高斯投影长度变形 (1:100 000)	斜轴墨卡托长度变形 (1:100 000)
1	36 00 00	35 57 11.9	-14 017.322 6	40.050 8	0.000 0
	114 00 00	114 8 53.5	212 908.693 2		

续表 1
Tab. 1 (Continued)

点号	大地经纬度 (° ′ ″)	球面地理坐标 (° ′ ″)	投影后平面坐标 x/m y/m	高斯投影长度变形 (1:100 000)	斜轴墨卡托长度变形 (1:100 000)
2	37 00 00	36 57 7.1	2 419.906 8	9.756 3	0.007 3
	115 00 00	115 8 58.2	113 790.277 9		
3	37 27 00	37 24 5.0	-28 676.443 6	9.640 1	0.999 8
	115 00 00	115 8 58.2	52 989.049 7		
4	37 00 00	36 57 7.1	25 488.935 9	4.336 6	0.813 3
	115 20 00	115 28 59.8	12 1657.096 3		
5	37 50 00	37 47 3.2	2 597.935 8	0.265 1	0.008 3
	115 50 00	115 59 2.1	19 340.421 5		
6	38 20 00	38 17 0.8	-24 218.276 6	0.065 3	0.861 8
	115 55 00	116 4 2.5	-67 962.220 2		
7	39 00 00	38 56 57.7	-17.868 0	9.236 2	0.000 0
	117 00 00	117 9 7.6	-118 509.923 9		
8	39 00 00	38 56 57.7	22 308.041 1	16.419 1	0.609 4
	117 20 00	117 29 9.1	-112 268.371 3		
9	40 00 00	39 56 53.0	-4 946.407 9	35.892 8	0.030 2
	118 00 00	118 9 12.2	-241 763.610 1		
10	40 22 00	40 18 51.3	-31 236.280 0	35.505 4	1.196 4
	118 00 00	118 9 12.2	-293 924.557 0		

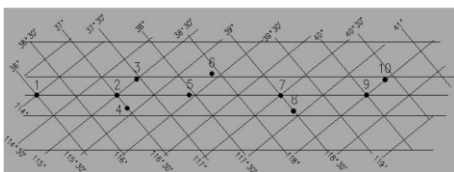


图 2 斜轴投影示意图
Fig. 2 Sketch of oblique projection

由高速铁路施工实际情况可知,要使高差投影变形小于 1:100 000,则线路的高程归化至投影抵偿面的距离应小于 60 m;要使地图投影变形值不大于 1:100 000,应将高斯投影带边缘至中央子午线的距离控制在 28 km 以内,即投影带东西向的宽度不大于 56 km。这句话意味着高斯投影满足高速铁路投影精度要求的范围是 56km,即对于 56 km 的线路,高斯投影变形能符合《客运专线无砟轨道铁路工程测量技术》中的精度要求,但当线路略大于 56 km 时,或者说,高斯投影带为 0.5°时,高斯投影和斜轴墨卡托投影的投影精度又如何,二者谁的精度更高一些,下面来进行这种边缘问题的探讨。根据某城际铁路精密控制网提高等级测量数据,计算出两种投影的长度变形。该线路全长 56.338 km,中央子午线为 126°37'35",高程采

用 1985 国家高程系统,投影面大地高 200.0 m,高程异常 15.17 m。我们在铁路沿线选取 P1、P2、...等九个控制点,将这九个控制点的平面坐标依据高斯投影反算公式求出每个点的大地坐标,算出测区中心(44°57'26.36",126°37'35")处的平均曲率半径,根据球面投影公式算出每点的球面地理坐标,选择过 P1 号点和 P9 号点的大圆线为投影中线,根据 P1 号点和 P9 号点的球面地理坐标解出球面新极点坐标为(-43°56'3.86",142°52'41"),最后解出每点的球面坐标和长度变形,具体计算数据见表 2。

从以上斜轴墨卡托投影的原理、计算过程以及两个表的计算数据可以看出:

1) 由表 1 可以看出,对于跨度很大的东西向线路,没有分带的高斯投影引起的投影长度变形较大。而相比之下,斜轴墨卡托投影却能很好地控制投影长度变形;而对于表 2 在 56 km 这个前提下,高斯投影引起的投影长度变形确实在 1/100 000 这个精度范围内,斜轴墨卡托投影引起的投影长度变形更小。通过两个表相比较可知,斜轴墨卡托投影可以看成是将椭球旋转一个角度后的高斯投影,投影中线即是中央子午线,对于高斯投影,表 2 即是表 1 分成若干个投影带进行的,而对于斜轴墨卡托投影,只要投影中线选取合适,可以尽量避免过多投影带的划分;

表 2 小范围内两种投影精度比较
Tab. 2 Accuracy comparison of two projections in small area

点号	大地坐标 $x/m \ y/m$	大地经纬度 ($^{\circ} \ ' \ ''$)	球面地理坐标 ($^{\circ} \ ' \ ''$)	投影后平面坐标 $x/m \ y/m$	高斯投影长度变形 (1:100 000)	斜轴墨卡托长度变形 (1:100 000)
P1	4 975 892.307 0	44 54 41.35	44 52 19.20	9.695 7	0.684 8	0.000 0
	588 529.200 0	126 20 3.05	126 26 49.13	24 329.684 5		
P2	4 976 535.381 0	44 55 1.98	44 52 39.82	735.683 1	0.353 8	0.000 6
	490 006.661 0	126 25 12.4	126 31 58.76	17 683.634 6		
P3	4 978 070.232 0	44 55 43.23	44 53 21.03	753.573	0.196 5	0.001 3
	602 775.115 0	126 30 42.4	126 37 29.06	9 773.190 5		
P4	4 980 115.402 0	44 56 45.11	44 54 22.85	399.103 6	0.013 6	0.000 8
	609 347.149 0	126 35 36	126 42 22.92	2 497.279 5		
P5	4 981 021.949 0	44 57 26.36	44 55 4.07	-419.826 5	0.000 6	0.000 2
	611 572.215 0	126 37 15.8	126 44 2.81	-53.208 9		
P6	4 983 419.272 0	44 58 48.87	44 56 26.50	-2 031.589 5	0.037 4	0.005 1
	615 635.446 0	126 40 18.1	126 47 5.28	-4 198.589 3		
P7	4 988 598.082 0	45 01 33.88	44 59 11.36	-5 601.347 8	0.174 8	0.040 4
	622 903.405 0	126 45 50	126 52 37.48	-12 230.128 0		
P8	4 988 050.129 0	45 01 13.25	44 58 50.75	-3 698.378 3	0.390 5	0.021 0
	629 649.802 0	126 50 38.8	126 57 26.53	-18 190.352 7		
P9	4 986 322.180 0	45 00 11.37	44 57 48.93	9.368 4	0.935 1	0.000 0
	639 421.909 0	126 58 12.5	127 05 0.64	-28 953.257 3		

2) 本文提出的投影方法其投影变形受球面投影变形和斜轴墨卡托投影变形的共同影响,由公式(2)可知,球面投影只受纬度的影响,在纬差达到 2° 时,最大变形为 $\pm 0.011:100\ 000$,因此在工程实际中应用斜轴墨卡托投影时通常不考虑球面投影引起的长度变形^[10];

3) 从表 1 和表 2 可以看出,在不考虑高差投影的情况下,距离投影中线 28 km 的范围内,斜轴墨卡托投影引起的长度变形均在 1:100 000 以内,很好地满足了《客运专线无砟轨道铁路工程测量技术》中的相关规定。

4 结束语

1) 对于东西向的线路,尤其是范围较大时,采用高斯投影时,会遇到一系列烦琐的投影分带,邻带坐标换算等问题,这样长度变形将很难控制,严重影响线路的投影精度,这样日后的工程施工放样也受其影响;而斜轴墨卡托投影则能很好地控制地图投影的影响,投影中线可以不用与设计坐标系中的坐标保持一致,因为它可以进行平面坐标转换,并且不会引起长度变形。

2) 虽然高差投影变形在一定范围内可以忽略不计,但投影圆球与地球椭球在较大范围内的拟合效果还不是很理想的,因此要想办法尽量减小高差投影变形的影响,所以在从地球椭球面向投影圆球面投影时,我们采取每点沿其法线方向投影到圆球面上,而不是沿投影圆球半

径方向的方法,这样高差投影变形便能很好地得到控制,如此做的原因是垂线偏差通常情况下都比较小,这样该点的法线方向可以近似地认为与该点的重力线方向重合。

参考文献:

- [1] 安国栋. 高速铁路工程测量技术标准的研究与应用[J]. 铁道学报 2010, 32(2): 99-100.
- [2] 李明军. 基于某高速铁路精密工程控制测量若干问题的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [3] 王锡和. 高速铁路精密控制测量技术[J]. 地理空间信息 2010(1): 127-130.
- [4] 孔祥元, 郭际明. 控制测量学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2010.
- [5] 潘正风, 杨正尧, 程晓军, 等. 数字测图原理与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2007.
- [6] 吴忠性. 地图投影[M]. 北京: 测绘出版社, 1980.
- [7] 孙达, 蒲英霞. 地图投影[M]. 南京: 南京大学出版社, 2005.
- [8] 刘灵杰, 原玉磊, 卫建东. 斜轴墨卡托投影在高速铁路测量中的应用分析[J]. 测绘通报 2009(2): 43-45.

[编辑: 胡雪]