

浅谈常用坐标系统的关系及坐标转换的原理

黄太山

(福建省八闽测绘院 福建 厦门 361012)

摘要: GPS观测成果是WGS-84中的地心空间直接坐标,现实测绘中,我们通常需要的是国家平面坐标。如何有效地转换该坐标成果,一直是工作中的难题。在介绍几种常用坐标系统的基础上,简单分析了坐标转换的基本原理,结合转换模型取得的精度,得出了一些有益的结论。

关键词: 1954年北京坐标系; 1980西安坐标系; WGS-84坐标; 坐标转换; 转换原理; 转换方法

中图分类号: P226+.3 **文献标识码:** B **文章编号:** 1672-5867(2011)06-0269-03

Discussion on the Relations of Commonly Used Coordinates System and the Principle of Coordinate Conversion

HUANG Tai-shan

(Fujian Province Bamin Institute of Surveying and Mapping, Xiamen 361012, China)

Abstract: The observation achievements of GPS are represented in WGS-84 frame, but in the actual surveying, we need the national horizontal coordinates. How to transform the coordinate achievements effectively is always a difficult problem in the work. This paper simply analyzes the basic principle of the transformation of coordinates in the foundation of introducing several kinds of coordinate systems commonly used, combines the precision which obtains from transformation model, and achieves some beneficial conclusions.

Key words: Beijing Coordinate System 1954; Xi'an Coordinate System 1980; WGS-84 coordinate; coordinate transformation; transformation principle; transformation method

0 引言

测绘科学日新月异,测绘工作随着3S技术的相继引入,作业难度降低,测绘精度逐步提高,相应的测绘理论也更加成熟。几十年的测绘工作研究,国内测绘部门先后采用了几种坐标系统,参照的椭球基准各不相同,为了充分利用现有测绘数据,节约成本,必须掌握适用测区的坐标转换方法。对于测区范围较大,工作量大的地形,一般采用GPS联测已知点,但由于部分资料要求紧、时间短,无法进行联测时,手头也存在足够的重合点,则可以采用人工计算。

1 坐标系统

坐标系和基准两方面要素构成了完整的坐标系统。坐标系统中的基准是指用以描述地球形状的地形椭球参数,包括地球椭球的长短半轴和物理特征的有关参数、地球椭球在空间中的定位及定向,以及描述这些位置时所采用的单位长度定义等。

1967年,国际大地测量学会(IAG)推出以下4个基本参数:

a ——地球椭球长半径

J_2 ——地球重力场二阶带谐系数(目前通常采用正常化二阶带谐系数 $\bar{C}_{2,0}$ 代替 J_2 ,两者关系为: $\bar{C}_{2,0} = -J_2/\sqrt{5}$)

GM ——地心引力与地球质量乘积(m^3s^{-2})

ω ——地球自转角速度(rad/s)

2 几种坐标系统简介

2.1 1954年北京坐标系(简称BJ-54)

建国初期,为了迅速开展我国的测绘事业,鉴于当时的实际情况,将我国一等锁与原苏联远东一等锁相连接,然后以连接处呼玛、吉拉宁、东宁基线网扩大边端点的原苏联1942年普尔科沃坐标系的坐标为起算数据,平差我国东北及东部区一等锁,这样推算过来的坐标系就定名为1954年北京坐标系。其高程异常是以前苏联1955年大地水准面重新平差的结果为起算值,根据我国天文水

收稿日期:2010-10-25

作者简介:黄太山(1983-)男,福建永春人,助理工程师,学士,主要从事地理信息系统的应用及工程测量等工作。

准路线推算出来的,而高程又是以 1956 年青岛验潮站的黄海平均海面为基准。

2.2 1980 西安坐标系(简称 XA-80)

1975 年根据“基本大地常数”专题组综合的十几年国际上的研究成果,国际大地测量和地球物理联合会在第十六界全体大会上确定并提出了与 1975 年大地坐标系相对应的椭球(简称 IAG-75 椭球),并把该椭球推荐为国际椭球。1978 年,我国决定重新对全国天文大地网进行整体平差,并以此建立新的国家大地坐标系,称为 1980 西安坐标系。其高程系统以 1956 年黄海平均海面为高程起算基准。

2.3 WGS-84 坐标系

随着 GPS 定位精度的不断提高,技术的不断更新, GPS 技术在测量中的应用领域越来越广泛, GPS 发布的星历参数便是基于此坐标系。WGS-84 是一个地心地固坐标系,其坐标原点位于地球质心, Z 轴指向 BIH 1984.0 定义的协议地球极方向, X 轴指向 BIH 1984.0 定义的格林尼治平均天文台子午面和赤道的交点, Y 轴与 X 轴和 Z 轴构成右手系。

2.4 椭球参数对照表

由于 3 种坐标系采用的椭球不同,因此对应的参数也不一致,表 1 给出了 3 种坐标系所采用的椭球及相关参数信息。

表 1 3 种坐标系所采用的椭球及相关参数信息表

Tab.1 The information of ellipsoid and related parameters of the three kinds of coordinate system

坐标系统	1954	1980	WGS-84 世界
地球椭球	北京坐标系	西安坐标系	大地坐标系
椭球名称	克拉索夫斯基	1980 大地坐标系	WGS-84
建成年代	1940	1979	1984
椭球类型	参考椭球	参考椭球	总地球椭球
椭球长半径 a/m	6 378 245	6 378 140	6 378 137
地球扁率 f	1:298.3	1:298.257	1:298.257 223 563
地心引力常数 GM(m ³ s ⁻²)	-	3.986 005 × 10 ¹⁴	3.986 005 × 10 ¹⁴
地球自转角速度 ω(rad/s)	-	7.292 115 × 10 ⁻⁵	7.292 115 × 10 ⁻⁵

3 坐标系转换

坐标转换问题实质就是不同坐标系采用的椭球体之间的转换问题。由于 3 种坐标系采用的椭球基准不同,投影存在局限性,因此,全国各地的转换参数也不一致。在实际工作中,坐标转换主要采用平面转换模型和空间转换模型。

3.1 平面转换模型

由于北京 54 坐标系与西安 80 坐标系均为参心坐标

系,而 WGS-84 则采用地心坐标系,由几何原理可知:

1) 将 WGS-84 大地坐标转换为 WGS-84 空间直角坐标系

$$\begin{cases} X = (N + H) \cos B \cos L \\ Y = (N + H) \cos B \sin L \\ Z = [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{cases} \quad (1)$$

$$N = \frac{a}{W}$$

$$W = (1 - e^2 \sin^2 B)^{1/2}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

2) 将 WGS-84 空间直角坐标系在 BJ-54(XA-80) 椭球参数约束下转换为假定的大地坐标

$$\begin{cases} B = \arctg \left[\operatorname{tg} \phi \left(1 - \frac{ae^2 \sin B}{Z} \right) \right] \\ L = \arctg \left(\frac{Y}{X} \right) \\ H = \frac{R \cos \phi}{\cos B} - N \\ \phi = \arctg \left[\frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} \right] \\ R = [X^2 + Y^2 + Z^2]^{1/2} \end{cases} \quad (2)$$

3) 利用高斯投影关系,将假定大地坐标转换为高斯坐标

$$\begin{cases} x = X + \frac{N}{2} \sin B \cos Bl^2 + \frac{N}{24} \sin B \cos^3 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) l^4 + \frac{N}{720} \sin B \cos^5 B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) l^6 + \dots \\ y = N \cos Bl + \frac{N}{6} \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) l^3 + \frac{N}{120} \cos B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2 \eta^2) l^5 + \dots \end{cases} \quad (3)$$

4) 由于以上公式是在假定 BJ-54(XA-80) 与 WGS-84 椭球的中心与坐标轴相同的情况下进行,实际工作中还应考虑平稳缩放的问题。因此需要通过平面转换模型将假定的平面坐标转换成 BJ-54(XA-80) 平面坐标。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + (1 + 4) R(\psi) \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ 为假定的平面坐标; $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 为 BJ-54(XA-80) 平面坐标; $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ 为坐标平移量; r 为缩放尺度; R(ψ) =

$$\begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \text{ 为旋转矩阵; } \psi \text{ 为旋转角。}$$

由式(4)可知,至少需要 2 个 BJ-54(XA-80) 和 WGS-84 对应的已知坐标点,才可求出相应的坐标平移量、缩放尺度以及旋转参数。如果已知点超过两个,则可利用最小二乘法进行拟合求解。

通过以上 4 个步骤便可求得所有 GPS 测定的点对应 BJ-54(XA-80) 的平面坐标。相应的水准高程则可由 BJ-54(XA-80) 的大地高扣除高程异常求得。

由于(4)式是线性变换公式,高斯投影变换并非线性,因此平面转换模型只适合范围较小的工程使用,对于大面积的 GPS 测量就应该使用空间转换模型。

3.2 空间转换模型

空间转换模型需涉及 7 个参数:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + (1+k)R(\alpha)R(\beta)R(\gamma)\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中, $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$ 为空间坐标转换平移量; k 为缩放尺度; α ,

β γ 为旋转参数; $R(\alpha)$ $R(\beta)$ $R(\gamma)$ 为旋转矩阵。为求得 7 个参数,至少需要 3 个 BJ-54(XA-80)和 WGS-84 对应的已知坐标点。同样,当多于 3 个点时,仍可采用最小二乘法进行拟合求解。得出七参数后,就可以利用空间转换模型计算对应的转换坐标:

1) 根据(1)式将 WGS-84 大地坐标 $(B_{84} \ L_{84} \ h_{84})^T$ 转换为 WGS-84 空间直角坐标系 $(X_{84} \ Y_{84} \ Z_{84})^T$ 。

2) 根据(5)式将 $(X_{84} \ Y_{84} \ Z_{84})^T$ 转换为 BJ-54(XA-80)的空间直角坐标系 $(X_{00} \ Y_{00} \ Z_{00})^T$ 。

3) 在 BJ-54(XA-80) 椭球参数约束下,按(2)式将 $(X_{00} \ Y_{00} \ Z_{00})^T$ 转换为 BJ-54(XA-80)的大地坐标 $(B_{00} \ L_{00} \ h_{00})^T$ 。

4) 采用当地中央子午线,确定投影面高程及坐标平

移量,利用(3)式将 $(B_{00} \ L_{00} \ h_{00})^T$ 高斯投影至 BJ-54(XA-80)平面坐标 $(x_{00} \ y_{00})^T$ 。

空间转换模型适用于大范围 GPS 测量使用,但在实际施工过程中,根据施工精度的要求又分为 3 种情况:在空间转换模型(5)式中,需求解 7 个参数,故称为七参数转换模型;当其中的缩放比例不变,不求尺度参数时,则称为六参数转换;若尺度参数和旋转参数均不考虑,则称为三参数转换。

尽管两个公共点有 6 个坐标分量,按(5)式可列出 6 个观测方程,但只有 5 个坐标分量独立,因此无论采用六参数还是七参数模型求解,都至少需要 3 个公共点;而由于两点间的距离是固定的,所以三参数模型只需一个公共点便可求得。

由于 GPS 观测数据中,点的大地高一般无法精确求得,解算出的转换参数变化较大,对于转换后的坐标精度影响程度,便是大家比较关心的问题。因此很有必要对大地高精度影响转换模型成果的精度进行更深的研究。

3.3 大地高精度对转换模型的影响

为了给出验证数据一个比较明显的效果,表 2 给出了若干点的 WGS-84 坐标和相应的 XA-80 高斯平面坐标(以 XA-80 坐标系为例,BJ-54 一致),它们的大地高差别在百米量级。其中中央子午线为 117° ,北方向的加常数为 0,东方向的加常数为 500 000。

表 2 公共点 WGS-84 坐标和 XA-80 坐标及相应的两组大地高

Tab.2 The WGS-84 coordinates, XA-80 coordinates and geodetic height of the common points

点号	纬度	经度	大地高	N(X)	E(Y)	大地高 1	大地高 2
1	29°00'00"	116°00'00"	100	3 209 683.120	402 558.405	50	200
2	29°00'00"	119°00'00"	100	3 210 920.413	694 899.035	50	200
3	28°00'00"	116°00'00"	100	3 098 846.231	401 635.273	50	200
4	28°00'00"	119°00'00"	100	3 100 055.741	696 746.332	50	200

由两组大地高分别解算出来的七参数见表 3。从表中可以看出由于两级大地高差值较大,造成两套七参数存在明显的差别,现根据两套参数,分别计算一个假设纬度为 $28^\circ30'00''$,经度为 $118^\circ30'00''$,大地高为 80 m 的点,

计算结果见表 4。从表 3 可知虽然两组转换参数差异较大,但是解算出来的差值很小,即对平面坐标的影响很小,在允许误差范围之内。

表 3 不同大地高解算后的七参数值

Tab.3 The calculated 7 parameters using different geodetic height

参数	参数值 1	参数值 2	参数	参数值 1	参数值 2
DX	-0.050 408 912	0.035 105 540	WY(″)	0.000 709 186	0.000 710 212
DY	-0.000 563 863	0.000 182 413	WZ(″)	-0.000 048 710	-0.000 048 709
DZ	0.276 953 420	-0.156 026 120	K	1.000 016 146	0.999 992 632
WX(″)	-0.000 085 939	-0.000 085 946			

(下转第 274 页)

第三步 根据二叉树标记统计出个级别子块的个数, 见表 1。

表 1 对应于二叉树的统计表
Tab.1 The statistical table of Quadtree

S_n	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4
数目 m	0	0	1	2	4
面积 s	ab	$ab/4$	$ab/4^2$	$ab/4^3$	$ab/4^4$

再根据面积公式:

$$S = m_0 \times S_0 + m_1 \times S_1 + m_2 \times S_2 + m_3 \times S_3 + \dots + m_n \times S_n$$

$$= m_0 \times ab + m_1 \times ab/4 + m_2 \times ab/4^2 + m_3 \times ab/4^3 + \dots + m_n \times ab/4^n$$

计算即可得到面积的近似精确值。

2.2 算法性能分析

对于算法的性能分析, 首先分析其时间复杂度。由上可知本算法的实现大致可以分为三步:

第一步 根据区域范围确定区域的最小外切矩形, 这一步所需时间有限。

第二步 对矩形进行有选择地逐次分割, 所谓有选择性就是根据精度要求对包含边界的矩形进行分割, 比起全部进行格网划分的方法, 减少了对一些完全处于或完全不处于所计算面积之内的矩形的不必要的划分, 从而减少工作量, 节约了时间。

第三步 分析结果的精确性和算法的健壮性。四等分割法与格网划分方法的最大区别在于四等分割法的叶节点所对应的区域面积大小不等, 划分灵活, 可以根据精度要求对包含边界的矩形进行多次划分, 从而提高精度, 方便快捷。再者四等分割法具有任意划分的自由度, 不用将所有区域依次进行四等分割, 简化了分割处理, 增强了算法的健壮性。

3 结束语

本文根据二叉树栅格存储模型, 提出了一种基于矩形区域四等分割法来计算不规则区域面积的方法, 通过对于包含边界的子叶矩形有选择地进行四等划分, 减少了不必要划分带来的时间消耗, 并且此法具有可变分辨率, 精度可以根据要求逐级提高。

该方法对于矩形区域接近正方形时计算较为准确, 但是如果区域为狭长形时, 其最小外切矩形的长宽比过大, 再进行四等分割时, 对边界区域控制不够明显, 为此应将其分为几个区域后再进行分割计算。

参考文献:

- [1] 万海清, 卢华斌, 周国庆, 等. 不规则地形表面积的测算方法及应用[J]. 湖南文理学院学报, 2004, 16(4): 74-76.
- [2] 周传根, 郑银生. 解析法计算不规则图形面积的探讨[J]. 当代建设, 1995(5): 31-33.
- [3] 李勇. 不规则图形面积测算的精度分析[J]. 南华大学学报(理工版), 2001, 15(1): 57-58.
- [4] 张丽. 数点法求不规则图形面积初步探讨[J]. 东北水利水电, 2004, 22(5): 8-11.
- [5] 李惜民. Excel 法计算不规则图形面积在水文上的应用[J]. 水利水文自动化, 2004, 9(3): 49-50.
- [6] 鄂伦, 刘瑜, 张晶, 等. 地理信息系统——原理、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [7] 任秀芳, 姬光荣, 姬光玉. 基于二叉树分割的分型图像编码改进法[J]. 微计算信息, 2007, 23(3): 291-293.
- [8] 赵慧, 宋星. 基于线性二叉树的快速邻域查询算法[J]. 计算机工程与设计, 2007, 18(28): 4333-4335.
- [9] 钱春强, 王继成. 二叉树理论在分形图像编码中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(23): 61-63.

[责任编辑: 王丽欣]

(上接第 271 页)

表 4 不同转换参数解算同点坐标对照表

Tab.4 The calculated coordinates of the same points using different conversion parameters

坐标	解算值 1	解算值 2	差值
X	3 192 179.376 3	3 192 179.380 3	0.004 0
Y	678 940.340 7	678 940.338 6	-0.002 1

4 结束语

通过理论研究和实例验证, 可以得出以下结论:

1) 高斯投影是非线性变形, 平面转换模型只适合范围较小的工程使用, 对于大面积的 GPS 测量就应该使用空间转换模型。

2) 由于 GPS 观测数据中, 点的大地高一般无法精确求得, 一般采用水准联测的方法代替转换坐标的大地高

来求取空间转换参数, 以便在 GPS 解算时直接采用平面坐标和水准高。

3) 空间转换模型中, 转换参数受大地高影响较小, 在高程要求不高的时候可以直接采用观测大地高求算七参数, 从而计算出平面坐标。

参考文献:

- [1] 朱华统, 杨元喜, 吕志平. GPS 坐标系统的转换[M]. 北京: 测绘出版社, 1994.
- [2] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [3] 刘基余, 李征航, 王跃虎, 等. 全球定位系统原理及其应用[M]. 北京: 测绘出版社, 1999.
- [4] 徐卫明, 赵俊生. GPS 测量坐标转换实用性问题的分析[J]. 测绘工程, 2000, 9(2): 10-15.

[责任编辑: 王丽欣]