

全站仪坐标导线的施测与平差探讨

赵琴霞, 法维刚

(辽宁科技学院 辽宁 本溪 117022)

摘要: 提出了全站仪坐标导线外业施测时的检核方法和内业几种严密平差方法。

关键词: 全站仪; 坐标导线; 条件平差; 间接平差; 点位误差

中图分类号: P21 文献标识码: B 文章编号: 1672-5867(2011)05-0242-04

Surveying and Error Compensation of Coordinate Traverse using Total Station

ZHAO Qin-xia, FA Wei-gang

(Liaoning Institute of Technology, Benxi 117022, China)

Abstract: This paper proposed a checking method for coordinate traverse field survey using total station and several strict error compensation methods.

Key words: total station; coordinate traverse; condition error compensation; indirect error compensation; point position error

0 引言

全站仪是集光、机、电于一体的新型测绘仪器,不仅能测角、测距,由于内部配有微电脑,还能显示所测坐标。因此,导线测量,不仅可通过测角、量距的方法平差后获得点的坐标(后称“传统导线”),也可以用全站仪直接显示坐标的功能来测导线,可称为“全站仪坐标导线”。

由于这种测量方法尚属新生事物,各种规程对此没有做出施测要求。所以生产实践中,在外业施测和内业平差中,有一些不妥之处。

下面根据我们的研究,提出全站仪坐标导线外业施测中应进行的检核方法和内业几种严密的平差方法,供测量同行参考。

1 外业施测的检核

如图 1 所示的导线,传统做法是测出各转折角 β_i 和边长 s_i , 根据已知点坐标和观测值平差求出 2, 3, ..., $n-1$ 点的坐标。而全站仪坐标导线是先在 $A(1)$ 安置仪器,输入测站数据、后视 B 点并输入后视数据,前视照准 2 点,可测出 2 点坐标;再把仪器迁至 2 点,输入 2 点的测站数据,后视 $A(1)$ 并输入后视数据,前视照准 3 点,测出 3 点坐标;依此类推,直至 $n-1$ 点,测出 $C(n)$ 点的坐标。由于测量有误差,将产生坐标闭合差。下面我们来看内业是

如何处理该闭合差的。

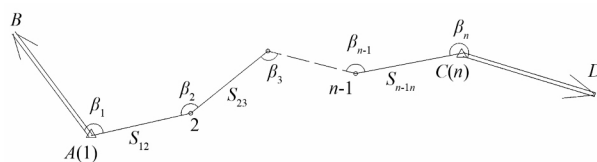


图 1 附和导线图

Fig. 1 Conducting traverse

在实际工程中,为了利用全站仪的内存功能,减少数据输入,往往只用一个镜位,从 $A(1)$ 点一直测至 $(n-1)$ 点,得出 $C(n)$ 点的坐标。这样做一方面是无法消除仪器的系统误差;另一方面是无法发现观测中的粗差。因此,必须采取正、倒镜两个镜位观测。正、倒镜两个观测值采用下式检核:

$$\Delta M_{\rho} \leq 2\sqrt{2} \sqrt{(i-1)m_s^2 + \frac{4J^2}{\rho^2} \sum_{k=1}^{i-1} R_{ki}^2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

式中: ΔM_{ρ} 为正、倒镜测量两组坐标的点位误差之差的允许值; m_s 为测距仪的测距中误差; J 为角度一测回方向中误差; $\sum_{k=1}^{i-1} R_{ki}^2$ 为第 1, 2, ..., $i-1$ 点到 i 点的距离的平方和(可用观测坐标反算); $\rho = 206\,265''$ 。

收稿日期: 2010-06-07

作者简介: 赵琴霞(1967-), 女, 内蒙古包头人, 高级实验师, 主要从事测绘工程实践教学与研究工作。

经 (1) 式检核满足后, 取两组坐标平均值作为最终坐标, 迁至下一站。最后一站除作上述 (1) 式的检核外, 还应做全长闭合差的检核:

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n s_{i-1i}/f} \leq \frac{1}{K} \quad (2)$$

式中: $\sum_{i=1}^n s_{i-1i}$ 为导线边长之和, 边长可根据坐标反算; $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 为 f_x, f_y 分别为 x, y 坐标闭合差; $\frac{1}{K}$ 为相应等级导线的容许相对闭合差。

上述两项检核满足后, 即为合格的外业成果, 进而可转为内业平差。

2 平差计算

式 (1)、式 (2) 等式因受传统导线平差的影响, 认为观测值是独立的, 定权并不正确, 歪曲了平差结果, 而且平差步骤十分烦琐。全站仪坐标导线实质上测量的是角度和边长, 但由于内部微电脑处理, 显示的是坐标。因此, 应把坐标或相邻两点坐标差, 即坐标增量作为观测值来平差。测第 2 点坐标, 使用第 1 边的边长和方位角 ($\alpha_1 = \alpha_0 + \beta_1 - 180^\circ$) 计算并显示 2 点坐标; 测第 3 点坐标, 使用

$$A = \begin{bmatrix} \sin \alpha_{AC} & -\cos \alpha_{AC} & \sin \alpha_{AC} & \cos \alpha_{AC} & \cdots & \sin \alpha_{AC} & -\cos \alpha_{AC} \\ \cos \alpha_{AC} & \sin \alpha_{AC} & \cos \alpha_{AC} & \sin \alpha_{AC} & \cdots & \cos \alpha_{AC} & \sin \alpha_{AC} \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} W_\alpha \\ W_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{AC}}{\rho} (\alpha_{AC} - \alpha'_{AC}) \\ S_{AC} - S'_{AC} \end{bmatrix}$$

而两种列法的改正数矩阵均为:

$$V = [v_{\Delta x_{12}} \quad v_{\Delta y_{12}} \quad v_{\Delta x_{23}} \quad v_{\Delta y_{23}} \quad \cdots \quad v_{\Delta x_{n-1n}} \quad v_{\Delta y_{n-1n}}]^T$$

相关权矩阵: 先求出各坐标增量的方差—协方差阵, 然后

$$\begin{bmatrix} d\Delta x_{12} \\ d\Delta y_{12} \\ d\Delta x_{23} \\ d\Delta y_{23} \\ \vdots \\ d\Delta x_{n-1n} \\ d\Delta y_{n-1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{12} & 0 & 0 & -\Delta y_{12} & 0 & 0 \\ \sin \alpha_{12} & 0 & M & 0 & -\Delta x_{12} & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{23} & 0 & -\Delta y_{23} & -\Delta y_{23} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{23} & M & 0 & -\Delta x_{23} & -\Delta y_{23} \\ M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & M & \cos \alpha_{n-1n} & -\Delta y_{n-1n} & -\Delta y_{n-1n} \\ 0 & 0 & \sin \alpha_{n-1n} & -\Delta x_{n-1n} & -\Delta x_{n-1n} & -\Delta x_{n-1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ds_{12} \\ ds_{23} \\ \vdots \\ ds_{n-1n} \\ d\beta_1/\rho \\ d\beta_2/\rho \\ \vdots \\ d\beta_{n-1}/\rho \end{bmatrix} = FdL$$

设 $m_{s_{12}} = m_{s_{23}} = \cdots = m_{s_{n-1n}} = m_s, m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \cdots = m_{\beta_{n-1}} = m_\beta$ 。

$$D = \text{diag}(m_s^2, m_s^2, \dots, m_s^2, \frac{m_\beta^2}{\rho^2}, \frac{m_\beta^2}{\rho^2}, \dots, \frac{m_\beta^2}{\rho^2})$$

$$M^2 = FDF^T = \begin{bmatrix} a \cos^2 \alpha_{12} + b \Delta y_{12}^2 & \alpha \sin \alpha_{12} \cos \alpha_{12} - b \Delta y_{12} \Delta x_{12} & b \Delta y_{12} \Delta y_{23} & -b \Delta y_{12} \Delta x_{23} \\ & \alpha \sin^2 \alpha_{12} + b \Delta x_{12}^2 & -b \Delta x_{12} \Delta y_{23} & b \Delta x_{12} \Delta x_{23} \\ & & \alpha \cos^2 \alpha_{23} + 2b \Delta y_{23}^2 & a \sin \alpha_{23} \cos \alpha_{23} - 2b \Delta y_{23} \Delta x_{23} \\ & & & a \sin^2 \alpha_{23} + 2b \Delta x_{23}^2 \end{bmatrix}$$

对 称

第二边边长和方位角 ($\alpha_2 = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 - 2 \times 180^\circ$); 测第 i 点坐标, 使用第 i 边边长和方位角 ($\alpha_i = \alpha_0 + \beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_i \times 180^\circ$)。由此可见, 各坐标或坐标增量是关于角度相关的观测值。不仅各点间相关, 同一点的 x, y 坐标间也是相关的。因此, 应使用相关平差的理论来平差全站仪坐标导线。其平差方法如下:

2.1 相关条件平差

有两种列改正数条件式的方法: 一是根据坐标闭合条件列立; 二是根据 A, C 两已知点的方位角和长度来列立。条件式的矩阵形式为: $AV - W = 0$

由坐标闭合条件列时:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x_n - (x_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta x_{i+1}) \\ y_n - (y_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \Delta y_{i+1}) \end{bmatrix}$$

由导线起终点连线的方位角和长度列时 (其中边长、方位角可由已知坐标反算):

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha_{AC} & \cdots & \sin \alpha_{AC} & -\cos \alpha_{AC} \\ \sin \alpha_{AC} & \cdots & \cos \alpha_{AC} & \sin \alpha_{AC} \end{bmatrix},$$

根据权与方差阵的关系来定权。为此全微分各坐标增量:

且令 $a = m_s^2, b = \frac{m_\beta^2}{\rho^2}$, 由协方差传播得:

$$\begin{array}{l}
 \wedge \\
 \wedge \\
 \wedge \\
 \wedge \\
 \wedge \\
 \wedge \\
 \wedge
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 b\Delta y_{12}\Delta y_{n-1n} \\
 -b\Delta x_{12}\Delta y_{n-1n} \\
 2b\Delta y_{23}\Delta y_{n-1n} \\
 -2b\Delta x_{23}\Delta y_{n-1n} \\
 M \\
 a\cos^2\alpha_{n-1n} + (n-1)b\Delta y_{n-1n}^2 \\
 \alpha\sin^2\alpha_{n-1n} + (n-1)b\Delta x_{n-1n}^2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 -b\Delta y_{12}\Delta x_{n-1n} \\
 b\Delta x_{12}\Delta y_{n-1n} \\
 -2b\Delta y_{23}\Delta x_{n-1n} \\
 2b\Delta x_{23}\Delta x_{n-1n} \\
 M \\
 \alpha\sin\alpha_{n-1n}\cos\alpha_{n-1n} - (n-1)b\Delta y_{n-1n}\Delta x_{n-1n} \\
 \alpha\sin\alpha_{n-1n}\cos\alpha_{n-1n} - (n-1)b\Delta y_{n-1n}\Delta x_{n-1n}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \wedge \\ \wedge \end{array}} \right]$$

令单位权中误差为 μ_0 , 则 $P = \frac{\mu_0^2}{M^2} = \mu_0^2 M^{-2}$, 而 $P^{-1} \frac{M^2}{\mu_0^2} = \mu_0^{-2} M^2$ 。

各点点位精度: 欲评定精度的各点是增量(观测值)的函数。列权函数式, 全微分各点坐标得:

精度评定: 单位权中误差 $m_0 = \pm \sqrt{\frac{V^T P V}{r}}$ 。

$$\begin{bmatrix} dx_2 \\ dy_2 \\ dx_3 \\ dy_3 \\ M \\ dx_{n-1} \\ dy_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \wedge & 0 & 0 \\ & \wedge & & & \wedge & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \wedge & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \wedge & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\Delta x_{12} \\ d\Delta y_{12} \\ d\Delta x_{23} \\ d\Delta y_{23} \\ M \\ d\Delta x_{n-1n} \\ d\Delta y_{n-1n} \end{bmatrix} = f^T dX$$

由公式 $Q_{\hat{\varphi}\hat{\varphi}} = f^T P^{-1} f - f^T P^{-1} A^T N_{aa}^{-1} A P^{-1} f$ [3], 可求各点点位协因数阵, 从而点位误差可求。

为未知参数 $\delta x_i, \delta y_i$ 。列误差方程式:

$$V = BX - l$$

2.2 相关间接平差

以坐标增量为观测值, 各未知坐标近似值的改正数

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta x_{12}} \\ V_{\Delta y_{12}} \\ V_{\Delta x_{23}} \\ V_{\Delta y_{23}} \\ M \\ V_{\Delta x_{n-1n}} \\ V_{\Delta y_{n-1n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \wedge & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \wedge & 0 & 0 \\ & M & M & M & M & \cdots & M & M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \wedge & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \wedge & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_2 \\ \delta y_2 \\ \delta x_3 \\ \delta y_3 \\ M \\ \delta x_{n-1n} \\ \delta y_{n-1n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{x_{12}} \\ l_{y_{12}} \\ l_{x_{23}} \\ l_{y_{23}} \\ M \\ l_{x_{n-1n}} \\ l_{y_{n-1n}} \end{bmatrix}$$

式中: $l_{x_{i-1n}} = x_{i-1} - x_i + \Delta x_{i-1n}$; $l_{y_{i-1n}} = y_{i-1} - y_i + \Delta y_{i-1n}$ 。 $i = 2, 3, \dots, n$

权矩阵: 与前面相关条件平差求法相同。

精度评定: 单位权中误差: $m_0 = \pm \sqrt{\frac{V^T P V}{n-t}}$ 。

各坐标点点位精度: 点位协因数阵即法方程系数矩阵之逆 N_{bb}^{-1} , 其主对角线元素为各点坐标的协因数, 从而可求各点位误差。

3 算例

为了说明问题, 采用一条传统导线的数据, 将传统导线观测数据算得的增量和坐标, 作为全站仪坐标导线的观测值来平差。导线形状如图 1 所示, 已知和观测数据见表 1 所列, 仪器为: 角度一测回方向误差 $J = \pm 6''$; 测距误差 $m_d = 5_{mm} + 5_{ppm} D$ 。

表 1 已知数据

Tab. 1 The known data

点号	观测角 ° ′ ″	方位角 ° ′ ″	边长/m	坐标增量		坐 标	
				$\Delta X/m$	$\Delta Y/m$	x/m	y/m
B		329 41 08				3 619.110 1	9 592.422 2
A(1)	114 14 10	263 55 18	120.752	-12.786 2	-120.073 1	3746.665 6	9 517.841 6
2	186 29 58	270 25 16	136.440	1.002 8	-136.436 3		
3	173 44 46	264 10 02	103.155	-10.483 2	-102.620 9		

续表 1
Tab. 1 (Continued)

点号	观测角 ° ′ ″	方位角 ° ′ ″	边长/m	坐标增量		坐标	
				$\Delta X/m$	$\Delta Y/m$	x/m	y/m
4	188 44 54	272 54 56	90.421	4.599 2	-90.304 0		
C(5)	173 45 28	266 40 24				3 728.954 3	9 068.403 5
D						3 715.634 3	8 839.916 9

表 2 列出上述导线传统的严密平差和坐标导线相关平差的结果,以兹比较:

表 2 导线传统的严密平差和坐标导线相关平差的结果

Tab. 2 The adjustment results by traditional adjustment method and coordinate traverse adjustment method

点号	方位角 ° ′ ″	边长/m	平差增量		平差坐标		点位精度			
			$\Delta \hat{x}/m$	$\Delta \hat{y}/m$	\hat{X}/m	\hat{Y}/m	x_m	y_m	M	
B	329 41 08				3 619.1101	9 592.422 2	(mm)	(mm)	(mm)	
传统平差	A(1)	263 55 08.2	120.783 3	-12.792 0	-120.073 8	3 746.665 6	9 517.841 6			
	2	270 24 57.7	136.441 2	0.989 8	-136.437 6	3 733.873 6	9 397.767 8	3.44	5.48	6.47
	3	264 09 37.0	103.156 3	-10.495 8	-102.621 0	3 734.864 3	9 261.330 2	4.28	6.30	7.62
	4	272 54 25.4	90.422 1	4.585 8	-90.305 7	3 724.368 5	9 158.709 2	2.85	5.39	6.10
坐标平差	A(1)	-12.786 2	-120.073 1	-12.792 9	-120.073 8					
	2	1.002 8	-136.436 3	0.989 8	-136.437 6	3 733.872 7	9 397.767 8	4.27	6.28	7.59
	3	-10.483 2	-102.620 9	-10.495 6	-102.621 1	3 734.862 5	9 261.330 2	5.95	7.21	9.36
	4	4.599 2	-90.304 0	4.587 4	-90.305 6	3 724.366 9	9 158.709 1	4.41	6.18	7.59
C(5)					3 728.953 4	9 068.403 5				
D					3 715.634 3	8 839.916 9	(mm)	(mm)	(mm)	
点号	$\Delta X/m$	$\Delta Y/m$	$\Delta \hat{x}/m$	$\Delta \hat{y}/m$	\hat{X}/m	\hat{Y}/m	x_m	y_m	M	
	观测增量		平差增量		平差坐标		点位精度			

由表 2 可见全站仪坐标导线与传统导线平差结果相差不大,但精度略低。这是由于多余观测少的缘故。

参考文献:

[1] 赵显富,宋喜民. 电子速测仪坐标导线平差计算方法[J]. 测绘通报,1999(5):27-28.

[2] 罗科勤. 关于电子速测仪坐标导线平差计算方法的讨论[J]. 测绘通报,2001(6):46-47.
[3] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社,2003.

[编辑:栾丽杰]

(上接第 241 页)

总之,以现代化的设备,如:笔记本电脑、A3 手持测距仪、GIS-RTK、全站仪等来武装外业人员,以智能化的软件,如:南方测绘 CASS 71, MicroStation J 和 Geoway,装备内业编辑,一支全新的队伍展现在人们的面前,外加调绘、编辑一体化生产工艺的应用,使大比例尺地形图生产更加得心应手,为国民经济的建设做出更大的贡献。

参考文献:

[1] 李云星. 1:500, 1:1 000, 1:2 000 系列数字化测绘产品的

精度目标与实现[J]. 测绘与空间地理信息,2008,31(1):170-172.

[2] 马文革,黄淑艳,刘晶东. 关于 1:500, 1:1 000 比例尺航测数字线划图测绘的研究[J]. 测绘与空间地理信息,2008,31(5):162-165.
[3] 杨海成,詹小英. CASS 软件在大比例尺数字测图中的应用[J]. 测绘与空间地理信息,2008,31(5):209-211.

[编辑:胡雪]