

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2012)01-0075-07

论文引用格式: 李彦宝, 姜广峰, 王治强, 刘薇. 新适定模型的提出及分类扩散 [J]. 中国图象图形学报, 2012, 17(1): 75-81

新适定模型的提出及分类扩散

李彦宝¹, 姜广峰¹, 王治强², 刘薇²

1. 北京化工大学理学院, 北京 100029; 2. 中国科学院光电研究院, 北京 100190

摘要: 提出一种新的适定滤波模型和一个可以滤除混合噪声的滤波方法。分析并讨论 Perona 和 Malik (PM) 模型中的传导系数函数, 该函数对边缘的敏感性较强, 是 PM 模型为不适定方程的主要原因。修改传导系数函数的敏感性后, 得到适定的各向异性图像扩散模型, 具备不适定模型所不具有的双扩散项和扩散因子的形式。根据滤波方程特点将模型分为平滑模块和抑噪模块, 分离了平滑和抑噪两个物理过程, 从而提升了图像的光滑性和降低了图像的噪声。在实际图像上的实验结果表明, 新的滤波算法对混合噪声的滤波效果优于一些经典的图像扩散算法。

关键词: 偏微分方程(PDE); 平滑和抑噪; 特征方向; 各向异性扩散

New well-posed model and classified diffusion

Li Yanbao¹, Jiang Guangfeng¹, Wang Zhiqiang², Liu Wei²

1. School of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China;

2. Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

Abstract: A posed model and a new diffusion method are introduced. After analyzing the diffusion coefficient function of the Perona&Malik (PM) model, we found that it is too sensitive at edges, which is the main reason for the PM model's ill-posing. Doing some amendments to the function, we got a posed anisotropic diffusion model. Our new model has a better form for double diffusions and filter factors, which the ill-posed models don't have. We divided the model into two different modules: a smoothing module and a denoising module. The two modules separate the operations of smoothing and denoising. As a result, our new method can improve the impression of smoothness and reduce the noise remove. Our experiments on real images show that the proposed algorithm outperforms many typical image diffusion algorithms on visual effects.

Key words: partial differential equation(PDE); smoothing and denoising; direction of the image feature; anisotropic diffusion

0 引言

偏微分方程(PDE)是图像滤波领域的重要工具之一。基于PDE的图像滤波分为各向同性滤波和各向异性滤波,各项同性滤波近似于线性滤波,往往在滤除噪声的同时丢失一些图像细节信息;各向异性滤波作为当前最热的研究方向之一,滤波时对边

缘和非边缘上的像点采用不同的滤波策略,从而既可以保护细节又能降低噪声。

从Perona和Malik提出各向异性扩散算法(PM扩散算法^[1])开始,大量基于PDE图像扩散算法被提出,如解决与周围像素差异较大的边缘噪声的滤除、PM方程不稳定性等问题。Catté等人^[2]提出一种具有自适应性选择光滑的模型,但Alvarez等人^[3]指出当 $\sigma \rightarrow 0$ 时,该模型并不稳定,对噪声边缘的抑

收稿日期: 2010-09-20; 修回日期: 2011-05-26

第一作者简介: 李彦宝(1985—),男,现为北京化工大学应用数学专业硕士研究生,主要研究方向为基于偏微分的图像处理。E-mail: lyb541@163.com

制效果也非常不佳。Weickert 等人^[4,5]正则 PM 方程后得到的一致性滤波模型,提升了对弱边缘的保护,但仅适用于纹理图像。Gilboa 等人提出了向前向后滤波方法^[6]和复数域扩散^[7],前者将图像滤波带入了复数领域,后者采用更为复杂的传导因子,使平滑和锐化同时进行。

图像处理中的不适定问题或称反问题的研究,是国际上的热点问题。目前研究人员过多地关注模型如何正则化,忽视了引起模型不适定性的具体原因。根据引起不适定性的原因,得到一个适定的模型,是一条值得去做的思路,同样是本文的出发点。

另外,使用平滑的理念滤除噪声,处理后图像可能不十分光滑。本文将新提出的模型分为抑噪模块和平滑模块。抑噪模块采用数值计算的方法近似图像特征方向^[8],向特征方向扩散就是较少地破坏边界下抑制噪声,使其变为小噪声。平滑模块主要处理差异较小的小噪声,使得图像更加光滑。由于分离了平滑和抑噪两个物理过程,从而既提高了图像的光滑度又滤除了噪声。

数学在图像滤波领域内的蓬勃发展^[9-12]进一步扩展了偏微分方程的应用范围。

1 病态性研究及新滤波方程

1.1 病态性研究

图像的扩散算法基于以下 PDE:

$$\partial_t u = \text{div}(h \nabla u) \tag{1}$$

式中 u 是图像函数, ∂_t 是关于时间的一阶导数, ∇ 是梯度运算符, h 为传导系数函数^[1]。经典的 PM

方程的传导函数为 $h(|\nabla u|^2) = \frac{1}{(1 + \frac{|\nabla u|^2}{a^2})}$ 。

传导函数的变量 $|\nabla u|$ 是一种经典的边缘预测算子,取值为 0 时为非边缘,取值为 1 时为强边缘^[1]。在滤波中常参量 a 取值为边缘阈值(边缘阈值,非边缘和弱边缘的分割线),即所有 $|\nabla u| > a > 0$ 的像素点为边缘点,其他像点为非边缘点。观察 1 维情形下的 PM 方程

$$\begin{aligned} \partial_t u &= \frac{d}{dx}(h(|u_x|^2) u_x) = \\ & (2h'(|u_x|^2) |u_x|^2 + h(|u_x|^2)) u_{xx} = \\ & \frac{1 - \frac{|u_x|^2}{a^2}}{(1 + \frac{|u_x|^2}{a^2})^2} u_{xx} \end{aligned} \tag{2}$$

处理边缘点,即 $|u_x| > a$ 时,有 $h'(|u_x|^2) < 0$,

$$h(|u_x|^2) > 0, \text{但是} \frac{1 - \frac{|u_x|^2}{a^2}}{(1 + \frac{|u_x|^2}{a^2})^2} < 0。 \text{式(2)为}$$

逆扩散方程,由此可见 $h'(|u_x|^2)$ 是导致方程成为病态方程的主要原因,即传导函数对边缘点过于敏感导致 PM 方程为不适定方程。

1.2 传导函数的改进

针对上述提出的问题,提出改进的传导函数,该传导函数为

$$q(|\nabla u|^2) = \frac{1}{1 + \frac{|\nabla u|}{b}} \tag{3}$$

对应的扩散方程为

$$\partial_t u = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{1 + \frac{|\nabla u|}{b}} \right) \tag{4}$$

式(4)可以从一个最小正则能量模型中得到,该最小能量模型为

$$\min_u \int_{\Omega} \left(\frac{|\nabla u|}{b} - \ln \left(1 + \frac{|\nabla u|}{b} \right) \right) dx dy \tag{5}$$

由于最小能量模型不是本文的重点,因此本文不再赘述。

为了更加客观地比较两个传导函数的敏感性,不妨先假设两者的边缘阈值相等,即 $a = b$,于是

$$q'(|\nabla u|^2) = \frac{-1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} \frac{1}{2b|\nabla u|} \tag{6}$$

$$h'(|u_x|^2) = \frac{-1}{a^2 \left(1 + \frac{|u_x|^2}{a^2}\right)^2} \tag{7}$$

则有 $|q'(|\nabla u|^2)| < |h'(|u_x|^2)|$,即本文提出的传导因子对边缘的敏感性低于 PM 传导因子。

1.3 新滤波方程的适定性

由于不能直接判断式(4)是否为适定性方程,将式(4)进一步分解得

$$\partial_t u = \frac{-\nabla \cdot \left(\frac{|\nabla u|}{b} \right) \nabla u}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} + \frac{1}{1 + \frac{|\nabla u|}{b}} \Delta u \tag{8}$$

定理 光滑函数 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$,且令 N 代表梯度向量, f_{NN} 代表函数 f 在梯度方向的二阶导数,则有

$$f_{NN} = \frac{\nabla(|\nabla f|) \cdot \nabla f}{|\nabla f|} \tag{9}$$

证明 假设 R^n 的基础坐标系为 $\{x_i\}_{i=1,2,\dots,n}$ 则任意方向 s 的方向导数为 $f_s = \sum_{i=1}^n f_{x_i} \alpha_i$, 其中 $\{\alpha_i\}_{i=1,2,\dots,n}$ 为方向 s 的方向余弦 则有

$$f_{ss} = \frac{\partial f_s}{\partial s} = \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j} f_s = \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j} \sum_{i=1}^n f_{x_i} \alpha_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{x_i x_j} \alpha_j \alpha_i \quad (10)$$

对于梯度向量 N , 方向余弦有如下等式成立:

$$\alpha_i = \frac{f_{x_i}}{|\nabla f|}$$

于是

$$f_{NN} = \frac{1}{|\nabla f|^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{x_i x_j} f_{x_i} f_{x_j} \quad (11)$$

等式右边

$$\frac{\nabla f \cdot \nabla (|\nabla f|)}{|\nabla f|^2} = \frac{1}{2|\nabla f|^2} \sum_{j=1}^n f_{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \sum_{i=1}^n f_{x_i}^2 = \frac{1}{|\nabla f|^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n f_{x_i x_j} f_{x_i} f_{x_j} \quad (12)$$

观察式 (11) (12) 可以得到 $f_{NN} = \frac{\nabla (|\nabla f|) \cdot \nabla f}{|\nabla f|^2}$, 得证。

应用定理于 PDE 方程式 (8) 得

$$\partial_t u = \frac{|\nabla u|}{b} \frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} u_{NN} + \frac{1}{1 + \frac{|\nabla u|}{b}} \Delta u \quad (13)$$

假设 T 为切向量族(垂直于梯度方向的子空间) 则有 $\Delta u = u_{NN} + u_{TT}$, 于是方程式 (13) 可转化为

$$\partial_t u = \frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} \Delta u + \frac{|\nabla u|}{b} \frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} u_{TT} \quad (14)$$

式中, $\frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2}$ 和 $\frac{|\nabla u|}{b \left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2}$ 均是恒大于零的函数, 两个扩散项 Δu 和 u_{TT} 均不会出现逆扩散现象, 从而避免了由逆扩散引起的不适定性。

2 扩散分析及离散化

2.1 新滤波因子

在方程 (14) 中存在各向同性扩散流 Δu 和切向扩散流 u_{TT} , 控制它们的扩散速度分别为如下两个滤波控制因子:

$$p(|\nabla u|^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{b}\right)^2} \quad (15)$$

$$q(|\nabla u|^2) = \frac{|\nabla u|}{\left(1 + \frac{|\nabla u|}{c}\right)^2} \quad (16)$$

式(15)中, $p(|\nabla u|^2)$ 如图 1 所示, 随 $|\nabla u|$ 的增大而减少。边缘可能性越强, 梯度值即 $|\nabla u|$ 越大, 在 $p(|\nabla u|^2)$ 的作用下使得扩散项的扩散程度越小, 从而可以保护边缘。由于这种保护边缘的性质, 本文称 $p(|\nabla u|^2)$ 为保护滤波因子。同样的边缘阈值下, PM 滤波因子和保护滤波因子有如下关系:

$$0 < p(|\nabla u|^2) < h(|\nabla u|^2), \quad p(b^2) = \frac{h(b^2)}{2}$$

即保护滤波因子对边缘的保护能力优于 PM 滤波因子, 特别是对弱边缘的保护效果。

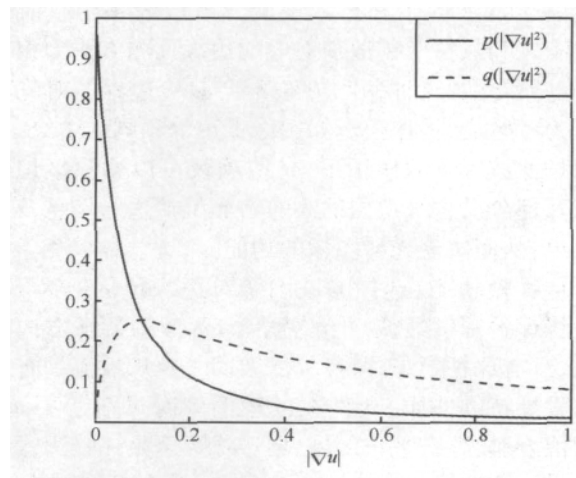


图 1 滤波因子随 $|\nabla u|$ 的变化趋势 ($b = 0.1, c = 0.1$)

Fig. 1 Filter factors followed the trend of $|\nabla u|$ ($b = 0.1, c = 0.1$)

然而, 式(16)中, $q(|\nabla u|^2)$ 随 $|\nabla u|$ 增大而先增大后减小, 并且在 c 处取到最大值 $q(c^2) = 1/4$, 其影响是 $q(|\nabla u|^2)$ 控制扩散项对 $|\nabla u| \approx c$ 的像素做最大程度滤波。实际应用中可以灵活地选择 c 的取值, 对我们所关心的地方做进一步滤波。由于这种选择边缘的性质, 本文称 $q(|\nabla u|^2)$ 为选择滤波因子。

2.2 扩散方法

为了方便, 将式 (14) 分为两个模块, 扩散流 Δu 和保护滤波因子统称为平滑模块, 另一组称为抑制模块。平滑模块主要滤除与周围像素差异较小的噪

声,实现平滑图像的功能;抑噪模块主要是处理图像边缘处的噪声及与周围像素差异较大的噪声等,降低噪声的幅度。

平滑模块主要作用为光滑图像。保护滤波因子具有保护边缘的性质,当采用的边缘预测算子不会漏检边界时,滤波时模块更容易保持图像边缘的前提下滤除幅值较小的小噪声。本模块采用的扩散方法为各向异性扩散方案^[1],离散方法如下:

$$p(|\nabla u_{ij}^k|^2) \Delta u_{ij}^k = \alpha (M_N \nabla_N u_{ij}^k + M_S \nabla_S u_{ij}^k + M_W \nabla_W u_{ij}^k + M_E \nabla_E u_{ij}^k) \quad (17)$$

$$\begin{cases} \nabla_N u_{ij}^k = u_{i-1j}^k - u_{ij}^k, \nabla_S u_{ij}^k = u_{i+1j}^k - u_{ij}^k \\ \nabla_W u_{ij}^k = u_{ij-1}^k - u_{ij}^k, \nabla_E u_{ij}^k = u_{ij+1}^k - u_{ij}^k \\ M_N = p(|\nabla_N u_{ij}^k|^2), M_S = p(|\nabla_S u_{ij}^k|^2) \\ M_W = p(|\nabla_W u_{ij}^k|^2), M_E = p(|\nabla_E u_{ij}^k|^2) \end{cases} \quad (18)$$

式中, u_{ij} 代表像点 (i, j) 的灰度值, k 为迭代次数(下同)。滤波因子和扩散项被分解成为 4 个一阶扩散项之和。每个扩散项对应的边缘预测方法为相应的一阶导数,这种预测方法不会漏检边界但对噪声较为敏感,会将强噪声如边缘噪声等预测为边缘。在保护滤波因子的作用下,扩散项仅可以滤除平坦区域及部分沿边缘走向的小噪声而维持边缘信息及强噪声,从而实现光滑图像的功能。

抑噪模块中,选择滤波因子对边缘预估值为 c 的边缘保护程度最低,扩散流是向图像的特征方向扩散,具有保护边缘的性质。滤波因子及扩散流具有的这种独特的性质,允许在处理图像时灵活变更 c 的取值,使模型在平坦区域、弱边缘甚至是在强边缘处抑噪而不破坏或者较少地破坏边缘,从而能够处理一些平滑模块无法处理的噪声,如噪声边缘等。

模块中的边缘预测可以选用两种方案:一种是对噪声较为敏感的方案。该方案可将幅值较大的噪声预测为强边缘,滤波时只需要控制本模块中的扩散项在强边缘处扩散,降低噪声的幅度,最后由平滑模块彻底滤除噪声。由于本模块在强边缘处扩散,会或多或少地破坏边缘的信息,因此,本方案仅适用于处理以椒盐噪声为主的混合噪声图。

另一种是对噪声不敏感的方案。这些方案通常将孤立的强噪声预测为内点或弱边缘,类似的控制扩散项在弱边缘扩散,降低强噪声的幅度以供平滑模块处理。本方法适用性较强,可以抑制各种类型的噪声,但处理存在连续强噪声的噪声图时,容易将这些连续的噪声遗留下来。

采用同为对噪声敏感或者不敏感的边缘预测方法,处理后的效果基本相同,因此,本文选用了两个比较有代表性的边缘预测方案即跳点梯度模和梯度模^[13]

$$|\nabla L^* u_{ij}| = \sqrt{(u_{i+1j} - u_{i-1j})^2 + (u_{ij+1} - u_{ij-1})^2} \quad (19)$$

$$|\nabla u_{ij}| = \sqrt{(u_{i+1j} - u_{ij})^2 + (u_{ij+1} - u_{ij})^2} \quad (20)$$

图像不可避免地存在不连续性,不能准确地找到切向。本文采用图像的特征方向^[9]近似切向,特征方向由以下 4 个约束条件得到:

1) 离散图像任意像素的特征方向始终在 $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ 和 $\frac{3\pi}{4}$ 方向上。

2) 在条件 1) 中叙述的 4 个方向中,特征方向的两个邻点的绝对差,是位于其他方向邻点的绝对差中较小的。

3) 条件 1) 中叙述的方向中,特征方向的二阶导数的绝对值低于其他方向。

4) 其中 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{3\pi}{4}$ 两个方向的权值低于另外两个方向的权值。

根据条件 1) 可以确定 u_{TT} , 可以离散化为以下 4 种情况:

$$u_{TTij} = \begin{cases} \frac{(u_{i+1j} + u_{i-1j} - 2u_{ij})}{2} \\ \frac{(u_{ij+1} + u_{ij-1} - 2u_{ij})}{2} \\ \frac{(u_{i+1j-1} + u_{i-1j+1} - 2u_{ij})}{2\sqrt{2}} \\ \frac{(u_{i+1j+1} + u_{i-1j-1} - 2u_{ij})}{2\sqrt{2}} \end{cases} \quad (21)$$

结合条件 2) — 4) 得到如下求切向判断条件

$$\min \left\{ \omega |u_{\sigma_{i+1j}} + u_{\sigma_{i-1j}} - 2u_{\sigma_{ij}}| + |u_{\sigma_{i+1j}} - u_{\sigma_{i-1j}}|, \right. \\ \omega |u_{\sigma_{ij+1}} + u_{\sigma_{ij-1}} - 2u_{\sigma_{ij}}| + |u_{\sigma_{ij+1}} - u_{\sigma_{ij-1}}|, \\ \omega |u_{\sigma_{i+1j-1}} + u_{\sigma_{i-1j+1}} - 2u_{\sigma_{ij}}| + |u_{\sigma_{i+1j-1}} - u_{\sigma_{i-1j+1}}|, \\ \left. \omega |u_{\sigma_{i+1j+1}} + u_{\sigma_{i-1j-1}} - 2u_{\sigma_{ij}}| + |u_{\sigma_{i+1j+1}} - u_{\sigma_{i-1j-1}}| \right\} \quad (22)$$

式中, u_{σ} 代表采用高斯滤波后的图像。滤波时,首先计算高斯滤波后图像每个像素在式(22)中的最小值,根据最小值选取式(21)对应的 u_{TT} 的离散化

策略。当计算的最小值为 $\omega |u_{\sigma_{i+1,j}} + u_{\sigma_{i-1,j}} - 2u_{\sigma_{i,j}}| + |u_{\sigma_{i+1,j}} - u_{\sigma_{i-1,j}}|$ 时则 $u_{TT_{ij}}$ 离散化为 $\frac{(u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 2u_{i,j})}{2}$,

其他情形依此类推。为了方便, 本文用函数 $s(u_{TT_{ij}}^k)$ 代替 k 次迭代后像点 (i, j) 采用的离散方案。则抑噪模块选用跳点梯度模可得

$$\beta q(|\nabla L^* u_{i,j}^k|^2) s(u_{TT_{ij}}^k) \quad (23)$$

选用梯度模则可离散化为

$$\beta q(|\nabla u_{i,j}^k|^2) s(u_{TT_{ij}}^k) \quad (24)$$

根据上述结论, 可以将微分方程(14) 离散化为两种方案, 由式(17) (23) 可以得到本文方法 1。

$$u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k = \alpha (M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k) + \beta q(|\nabla L^* u_{i,j}^k|^2) s(u_{TT_{ij}}^k) \quad (25)$$

综合式(17) (24) 可以得到本文方法 2。

$$u_{i,j}^{k+1} - u_{i,j}^k = \alpha (M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k + M_N \nabla_N u_{i,j}^k) + \beta q(|\nabla u_{i,j}^k|^2) s(u_{TT_{ij}}^k) \quad (26)$$

当 $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ $\rho < \beta < 2$ 时, 式(25) (26) 两迭代方程是稳定的。

3 模拟计算

本文先实现了 PM 滤波、选择性滤波、一致性滤波、中值滤波、高斯滤波及两个本文方法, 然后对两幅真实图像添加不同程度的噪声, 最后分别处理后进行了对比。

图 2 中的噪声图为先添加了标准差为 0.1 的高

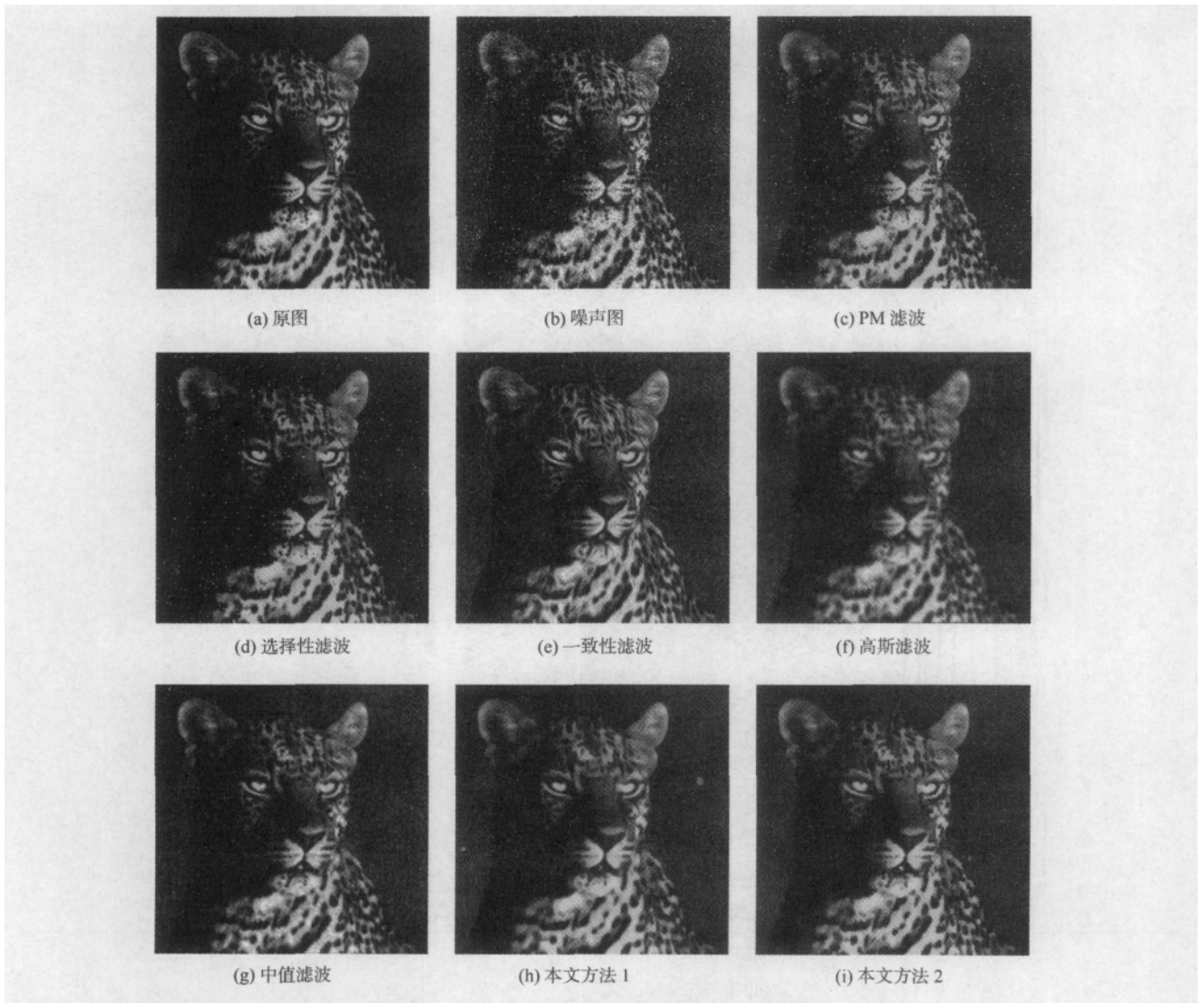


图 2 各种算法处理椒盐噪声较小的图像结果对比

Fig. 2 Diffusion results of various algorithms on image with a little Salt&Pepper noise

斯噪声后,又添加了概率为 0.01 的椒盐噪声。而图 3 中的噪声为添加了标准差为 0.1 的高斯噪声后,又添加了概率为 0.25 的椒盐噪声。表 1 为对图 2(b) — (i) 及图 3(b) — (i) 采用峰值信噪比 (PSNR) 评价后的结果。

PM 滤波(图 2 及图 3(c)) 在图 2(c) 中基本滤除高斯噪声,而大部分椒盐噪声都被保留下来;

图 3(c) 中虽然图像发生了变化,但是并没有提升视觉效果。PM 滤波处理混合噪声的效果是上述其他算法中最差的,表 1 中图像评价结果验证了这一结论,PM 滤波的两个 PSNR 值均是低的。

选择性滤波(图 2 及图 3(d)) 能有效地滤除高斯噪声及部分椒盐噪声,但处理噪声边缘较多噪声图时边缘的保护效果不理想,如图 3(d) 所示。从



图 3 各种算法处理较多椒盐噪声的真实图像

Fig. 3 Diffusion results of various algorithms on image with lots of Salt&Pepper noise

表 1 图 2 及图 3 中 (b) — (i) 的峰值信噪比

Table 1 PSNR valued images in Fig. 2(b) — (i) and Fig. 3(b) — (i)

| | 噪声图 | PM 滤波 | 选择性滤波 | 一致性滤波 | 中值滤波 | 高斯滤波 | 本文方法 1 | 本文方法 2 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 图 2 | 44.04 | 50.99 | 52.57 | 53.14 | 54.35 | 53.23 | 55.05 | 57.64 |
| 图 3 | 25.17 | 28.68 | 43.31 | 36.06 | 48.93 | 45.68 | 56.83 | 51.32 |

选择性滤波 PSNR 亦可以观察到选择性滤波抑制噪声边缘的效果优于 PM 滤波。

一致性滤波(图 2、图 3 中(e))将椒盐噪声和边缘以纹理的形式表示,从而既没有滤除椒盐噪声,又使得边缘发生了畸变。由于一致性扩散是切向扩散而选择性滤波四周扩散,加上噪声及图像内容等客观原因,造成图 2 一致性滤波的 PSNR 高于选择性滤波,图 3 选择性滤波的 PSNR 高于一致性滤波的现象。

高斯滤波(图 2、图 3 中(f))既能滤除高斯噪声,又能抑制椒盐噪声,但是不能保护边界。

中值滤波(图 2、图 3 中(g))有效地抑制了椒盐噪声,仅仅是处理高斯噪声的效果不理想。从 PSNR 可以得到,中值滤波处理混合噪声的效果仅次于本文方法。

本文方法 1 和方法 2(图 2、图 3 中(h))既能有效地滤除高斯噪声和椒盐噪声,又能很好地保护边缘,图像的光滑度也得到了提升,PSNR 值高于其他算法,优于其他经典滤波方法。图 2 的噪声图中椒盐噪声较少,方法 2 既能有效滤除椒盐噪声,又能非常好地保护边缘,而方法 1 虽然也滤除了椒盐噪声,但较前者破坏了边缘信息,故方法 1 的 PSNR 值低于方法 2。而图 3 的噪声图受椒盐噪声的影响较大,方法 1 有效地抑制了椒盐噪声,而方法 2 处理后还遗留了少部分椒盐噪声,从而方法 1 的 PSNR 值明显高于方法 2。

4 结 论

若传导系数函数对边缘过于敏感,则会导致滤波方程的扩散系数变为负值,从而使方程出现逆扩散现象。本文通过修改滤波模型中的传导系数函数后,得到适定的滤波模型,具备了不适定模型所不具有的双扩散项及双滤波因子的形式。

另外,滤波方程中的两个滤波模块,其中平滑模块的作用为采用各向异性扩散平滑图像,抑噪模块的主要作用为抑制噪声边缘,根据图像中噪声的不同而选用不同的边缘预测方案,进而达

到抑制不同噪声的效果。峰值信噪比评价方案进一步验证了本文提出的两个方法优于一些经典的滤波方法。

参考文献(References)

- [1] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(07): 629-639.
- [2] Catta F, Lions P L, Morel J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1992, 129: 182-193.
- [3] Alvarez L, Mazorra L. Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1994, 31(02): 590-605.
- [4] Scherzer O, Weickert J. Relations between regularization and diffusion filtering [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2000, 12: 43-63.
- [5] Weickert J, Schnorr C. A theoretical framework for convex regularizers in PDE-based computation of image motion [J]. International Journal of Computer Vision, 2001, 45(3): 245-264.
- [6] Gilboa G, Sochen N A, Zeevi Y Y. Forward-and-backward diffusion processes for adaptive image enhancement and denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(7): 689-703.
- [7] Gilboa G, Zeevi Y Y, Sochen N A. Complex diffusion processes for image filtering [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2001, 2106: 299.
- [8] Cartoons R A, Zhong S. Adaptive smoothing respecting feature directions [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 353-358.
- [9] Aubert G, Kornprobst P. Mathematical Problems in Image Processing [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001.
- [10] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D. 1992, 60: 259-268.
- [11] Engl H, Hanke M, Neubauer A. Regularization of Inverse Problems [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [12] Caselles V, Catta F, Coll B, et al. A geometric model for active contours in image processing [J]. Numeric Mathematic, 1993, 66(1): 1-31.
- [13] Chen K, Member S. Adaptive smoothing via contextual and local discontinuities [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(10): 1552-1567.