

中图分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)10-1779-05

论文索引信息: 李军成, 赵东标, 陆永华. 利用 Hilbert 扫描与弹性模型的图像缩放新算法 [J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(10): 1779-1783

# 利用 Hilbert 扫描与弹性模型的图像缩放新算法

李军成<sup>1),3)</sup>, 赵东标<sup>2)</sup>, 陆永华<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016) <sup>2)</sup>(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

<sup>3)</sup>(湖南人文科技学院数学系, 娄底 417000)

**摘要:** 提出一种基于 Hilbert 扫描与弹性模型相结合的图像缩放新算法。首先将 2 维形式的图像通过 Hilbert 扫描转化为 1 维的灰度序列, 然后将所得的灰度序列想象成一根橡皮筋, 通过橡皮筋的伸缩实现图像的放大与缩小。实验结果表明, 该方法操作简单, 效果比较理想。

**关键词:** Hilbert 扫描; 弹性模型; 图像缩小; 图像放大

## New algorithm for image reduction and zoom using Hilbert scan and the spring model

Li Juncheng<sup>1),3)</sup>, Zhao Dongbiao<sup>2)</sup>, Lu Yonghua<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016 China)

<sup>2)</sup>(College of Mechanical-Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016 China)

<sup>3)</sup>(Department of Mathematics, Hunan Institute of Humanities, Science and Technology, Loudi 417000 China)

**Abstract:** An algorithm for image reduction and zooming based on Hilbert scanning and the spring model is presented in this paper. Through the Hilbert scan, the two-dimensional image is converted to a one-dimensional gray-level sequence. Then, the gray-level sequence is imaged to a rubber band, and the image zoom and reduction can be realized by stretching out and drawing back the rubber band. Our experiments show that the algorithm is simple in operation, and provides good results.

**Keywords:** Hilbert scan; spring model; image reduction; image zoom

## 0 引言

在图像处理中,常用插值法来实现图像的缩小与放大。经典的插值法有最邻近插值、双线性插值和双三次插值等<sup>[1]</sup>。文献[2]提出了图像缩放的曲面拟合法,其效果好于最邻近插值法、双线性插值法和双三次插值法。文献[3-4]分析了传统的最邻近插值算法和曲面拟合法存在的不足,创造性地提出

了一种基于弹性模型的图像缩小与放大新算法,其基本思想是将图像想象是在一张由若干橡皮筋纵横交错组成的橡皮薄膜上,通过向外拉伸橡皮薄膜的四个角来实现图像的放大,若将图像想象是在一张拉紧的薄膜上,则可通过缓慢松开使得橡皮薄膜自然收缩到一定的程度来实现图像的缩小。利用弹性模型算法进行图像缩小时,由于考虑了原图像中像素点 $(x, y)$ 所在行和列的前后各 $R-1$ 个点( $R$ 为缩小的倍数,取整数),且各点根据与点 $(x, y)$ 的距

收稿日期: 2010-11-22; 修回日期: 2010-12-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(51005122, 51175261)。

第一作者简介: 李军成(1982—),男,讲师。南京航空航天大学模式识别与智能系统专业在读博士研究生,主要研究方向为数字图像处理、计算机辅助几何设计,已发表论文十余篇。E-mail: lijuncheng82@126.com。

离远近赋予不同的权值,因此该算法所得缩小图像的效果要明显好于最邻近插值算法和曲面拟合算法。基于弹性模型的图像放大与图像缩小稍有不同,该算法是首先对原图像进行预处理,然后对目标图像中各行和各列的像素点处于原图像中同一行或列的两个像素点之间的像素点进行插值,且根据离插值点的距离远近赋予不同的权值,所得放大图像的效果比最邻近插值算法和曲面拟合算法要理想。

注意到在利用弹性模型进行图像放大或缩小时,首先是对组成橡皮薄膜的横向橡皮筋和纵向橡皮筋分别进行伸缩处理,然后再将结果合成为整个橡皮薄膜的伸缩。既然如此,不妨将图像通过某种方法转化为一根长的橡皮筋,通过对这根长橡皮筋的伸缩实现图像的放大与缩小。为此,本文提出一种基于 Hilbert 扫描与弹性模型相结合的图像缩放算法。首先利用 Hilbert 曲线能尽可能地保持原空间中相邻点的相关性这一特征,将 2 维形式的图像通过 Hilbert 扫描转化为 1 维的灰度序列;然后将所得的灰度序列想象成一根橡皮筋,并借助弹性模型的思想对灰度序列进行缩放处理;最后将处理后所得的新灰度序列按 Hilbert 扫描的逆过程还原成目标图像,从而为图像的缩放提供了另外一种新算法。由于彩色图像可以分解成 RGB 3 基色,因此下面只考虑灰度图像的缩放问题。

### 1 图像的 Hilbert 扫描

常用的图像扫描方法有光栅扫描法、Z 扫描法、连续光栅扫描法、螺旋扫描法<sup>[5]</sup>。随着分形理论的发展,产生了 Hilbert 曲线扫描法等。Hilbert 曲线是一种空间填充曲线,可以看做是一种从  $N$  维(一般是 2 维)到 1 维空间的映射,由于它能尽可能地保持原空间中相邻点的相关性,因此 Hilbert 曲线已被较好地应用于图像处理中<sup>[6-9]</sup>。

Hilbert 扫描曲线的构造过程<sup>[8]</sup>如图 1 所示:

- 1) 将正方形 4 等分,用 3 条线段连接 4 部分的中点,得到 2 阶曲线  $H_0$ ;
- 2) 将  $H_0$  缩小一半,将它的 4 个拷贝放入正方形的 4 个部分中,并将左下方的拷贝顺时针旋转  $90^\circ$ ,将右下方的拷贝逆时针旋转  $90^\circ$ ,然后将 4 个拷贝的起点和终点用线段连接,得到 4 阶曲线  $H_1$ ;
- 3) 将  $H_1$  缩小一半,按第 2) 步的方法将其 4 个拷贝放入正方形的 4 个部分中,用线段连接起始点,得到 8 阶曲线  $H_2$ ;以此类推,可得到  $2^n$  阶

Hilbert 扫描曲线。文献 [9] 给出了生成 Hilbert 曲线扫描矩阵的 MATLAB 代码,在此基础上可以绘制出各阶 Hilbert 扫描曲线,如图 1 所示。

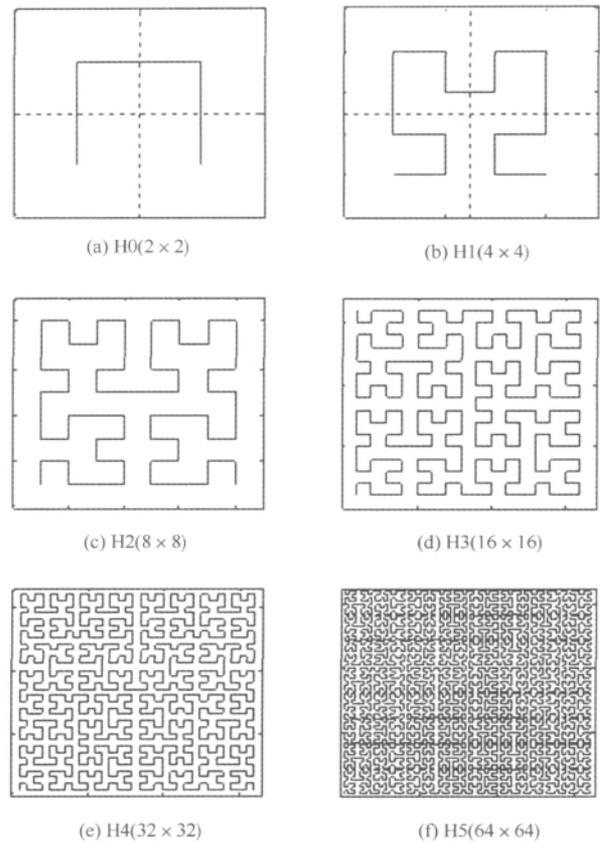


图 1 Hilbert 扫描曲线

Fig. 1 Hilbert scan curve

上述给出的 Hilbert 扫描曲线的构造过程只适用于大小为  $N \times N$  的区域。事实上,对于任意大小为  $M \times N$  的区域样可以构造 Hilbert 扫描曲线<sup>[10-11]</sup>。经过 Hilbert 扫描 2 维形式的数字图像转化为 1 维图像,即数字图像的 Hilbert 扫描数据是一个 1 维的灰度值序列。

### 2 基于弹性模型的图像缩放新算法

最简单的图像比例缩小是水平和垂直方向按同样比例缩小,若缩小的比例都为 2,则缩小后图像中的  $(0, 0)$  像素点仍对应于原图像中的  $(0, 0)$  像素点,  $(0, 1)$  像素点对应于原图像中的  $(0, 2)$  像素点,  $(1, 0)$  像素点对应于原图像中的  $(2, 0)$  像素点,  $(1, 1)$  像素点对应于原图像中的  $(2, 2)$  像素点,以此类推。图像的比例放大与比例缩小类似。

针对图像的比例缩小与放大,文献[3-4]提出一种称为弹性模型法的新方法,其基本思想是将图像想象是在一种由若干橡皮筋纵横交错组成的橡皮薄膜上,通过薄膜的伸缩原理实现图像的缩放。利用弹性模型进行图像缩放时,相当于是对组成橡皮薄膜的各橡皮筋分别进行缩放处理。这里,不妨将图像的 Hilbert 扫描序列看成一根长的橡皮筋(称为“灰度橡皮筋”),于是可以通过对该橡皮筋的伸缩实现图像的缩放。由于 Hilbert 曲线尽可能地保持原空间中相邻点的相关性,因此图像经过 Hilbert 扫描后所得的 1 维灰度序列能最大限度地反映图像各行与各列像素的关系,这也保证了利用“灰度橡皮筋”的缩放实现图像缩放的有效性。设大小为  $N \times N$  的图像经 Hilbert 扫描后所得的灰度值序列记为  $\{f(x) \mid x = 1, 2, \dots, N \times N\}$ , 其中  $f(x)$  是序列中第  $x$  ( $x = 1, 2, \dots, N \times N$ ) 个位置的灰度值。

### 2.1 图像的缩小算法

把一根拉紧的橡皮筋涂上不同颜色,当慢慢放松橡皮筋时,收缩后橡皮筋上某处的颜色不但与该处原来的颜色有关,还与它前后相邻区域位置上的颜色有关,而且离它近的位置的颜色对它的颜色影响较大,远的则影响较小,且从远到近的变化呈线性关系<sup>[3]</sup>。

假设图像在水平和垂直方向都缩小  $1/R$ ,则相当于将“灰度橡皮筋”压缩  $1/R^2$ ,即将图像的 Hilbert 扫描序列  $f(x)$  缩小  $1/R^2$ ,则压缩后的新灰度序列  $I(x)$  中相应的像素灰度值为

$$I(x/R^2) = \left[ f(x) + \sum_{i=1}^{R^2-1} f(x-i) \times (R^2-i)/R^2 + \sum_{i=1}^{R^2-1} f(x+i) \times (R^2-i)/R^2 \right] / R^2 \quad (1)$$

式中,  $R$  为整数,即只考虑图像整数倍地缩小;  $x$  是  $R^2$  的整数倍,它是原灰度序列中的灰度位置点,与缩小后的灰度位置点  $x/R^2$  相对应。

需要注意的是,在按式(1)进行计算时,要取  $f(N \times N + i) = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, R^2 - 1$ ),且当计算结果不为整数时要对结果取整。

显然,利用式(1)计算压缩后的像素灰度值时,考虑了灰度序列中点  $x$  和它前后各  $R^2 - 1$  个点,且点  $x$  的权值赋为 1,其他点的权值根据与  $x$  点的距离从近到远分别赋以权值为  $(R^2 - 1)/R^2, (R^2 - 2)/R^2, \dots, 2/R^2, 1/R^2$ 。

基于 Hilbert 扫描和弹性模型进行图像缩小的

步骤如下:

1) 利用 Hilbert 扫描曲线将图像转化为 1 维的灰度序列  $f(x)$ 。

2) 按式(1)计算灰度序列,缩小  $1/R^2$  倍后所对应的新灰度序列  $I(x)$ 。

3) 将新灰度序列  $I(x)$  按 Hilbert 扫描的逆过程还原成缩小  $1/R$  后的目标图像。

### 2.2 图像的放大算法

把一根橡皮筋涂上不同的颜色,当慢慢拉长橡皮筋时,拉长后橡皮筋上某处的颜色不但会影响它周围区域的颜色,而且它自身的颜色也会有所变化。它自身颜色的变化只可能受到拉长前与它前后相邻位置上颜色的影响,不可能受更远位置上颜色的影响<sup>[4]</sup>。为此,首先对图像的 Hilbert 扫描序列  $f(x)$  按式(2)进行预处理,得预处理后的序列为

$$h(x) = [f(x-1)/2 + 2f(x) + f(x+1)/2] / 3 \quad (2)$$

式中,取  $f(0) = f(N \times N + 1) = 0$ 。

假设图像在水平和垂直方向都放大  $R$  倍,则相当于将“灰度橡皮筋”拉伸  $R^2$  倍,即将预处理后的灰度序列  $h(x)$  放大  $R^2$  倍,则放大后的新灰度序列  $I(x)$  中相应的像素灰度值为

$$I(x) = h(\lfloor x/R^2 \rfloor) \times [1 - (x \% R^2) / R^2] + h(\lfloor x/R^2 \rfloor + 1) \times (x \% R^2) / R^2 \quad (3)$$

式中:  $x = 1, 2, \dots, N \times N \times R^2$ ;  $R$  为整数,即只考虑图像整数倍地放大;  $x/R^2$  是原灰度序列中的灰度位置点,与放大后的灰度位置点  $x$  相对应;  $\lfloor \cdot \rfloor$  代表向下取整运算;  $\%$  代表取余运算。

需要注意的是,在按式(3)进行计算时,要取  $h(0) = h(N \times N + 1) = 0$ ,且当计算结果不为整数时要对结果取整。

显然,式(2)是原图像灰度序列中的两个像素点之间的插值,离插值点近的已存在的像素点的权值大,远的权值小。

基于 Hilbert 扫描和弹性模型进行图像放大的步骤为:

1) 利用 Hilbert 扫描曲线将图像转化为 1 维的灰度序列  $f(x)$ 。

2) 按式(2)对灰度序列  $f(x)$  进行预处理得灰度序列  $h(x)$ 。

3) 按式(3)计算灰度序列  $h(x)$  放大  $R^2$  倍后所对应的新灰度序列  $I(x)$ 。

4) 将新灰度序列  $I(x)$  按 Hilbert 扫描的逆过程

还原成放大  $R$  倍后的目标图像。

### 3 实验结果

文献 [3-4] 选用  $256 \times 256$  的标准 Lena 图做图像缩放实验 结果表明利用弹性模型进行图像缩放时 其效果比最邻近插值算法和曲面拟合算法要好。

这里 本文也选用  $256 \times 256$  的标准 Lena 图 分别利用弹性模型法和本文算法做图像缩小实验。为方便比较缩小效果及减少篇幅 将 Lena 原图和缩小后的图像设置成相同的大小 对观看实验效果稍有影响 但影响不大 ,Lena 图缩小  $1/2$  (行列都缩小  $1/2$ ) 的实验结果如图 2 所示。

选取 Lena 图的局部(左眼部分) ,分别利用弹性模型法和本文算法做图像放大实验 ,Lena 图的局部放大 2 倍(行列都放大 2 倍)的结果如图 3 所示。

由实验结果可知 利用本文方法将图像缩小或放大 2 倍的效果与弹性模型法的缩放效果基本相同。对于缩小或放大更高的倍数 两种方法所得结果的区别也很小。这表明本文方法是有效的。

为进一步说明本文方法的有效性 对  $256 \times 256$  的 Woman 图进行缩小实验 为方便比较缩小效果及减少篇幅 将原图和缩放后的图像设置成相同的大小 对观看实验效果稍有影响 但影响不大 其结果如图 4 所示。选取 Woman 图的局部(脸部) 进行放大实验 其结果如图 5 所示。

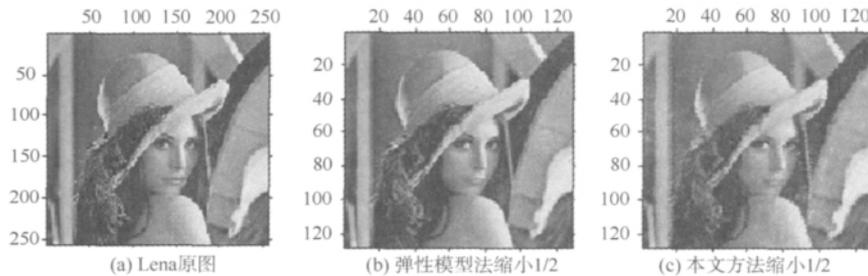


图 2 Lena 图缩小  $1/2$

Fig. 2 Lena image reducing a half

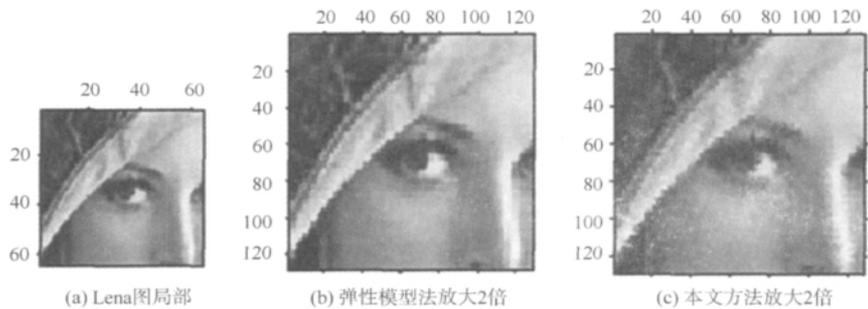


图 3 Lena 图局部放大 2 倍

Fig. 3 Partial Lena image zooming two times

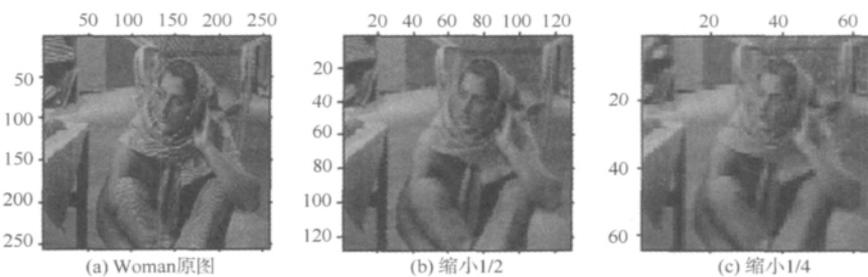


图 4 Woman 图的缩小结果

Fig. 4 Reduction results of Woman image

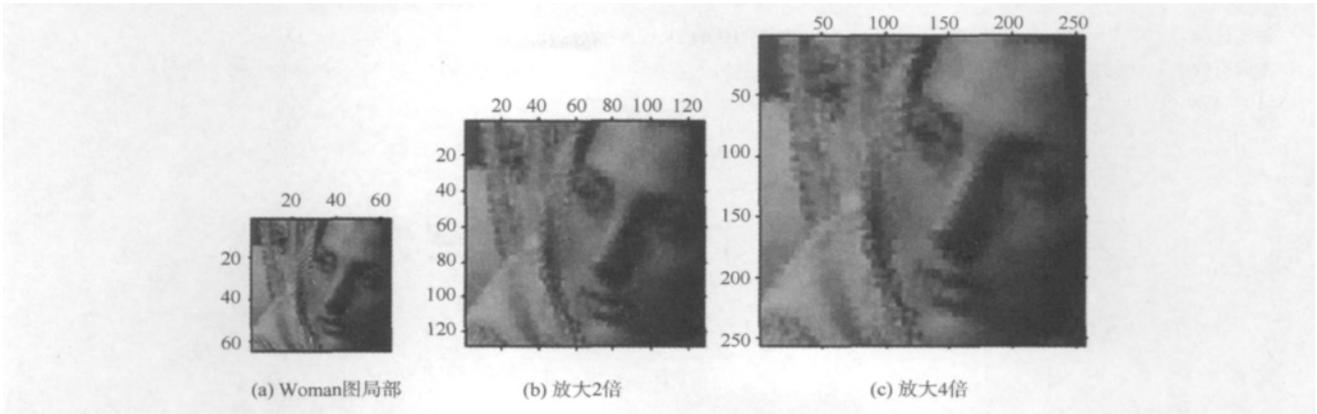


图 5 Woman 图局部的放大结果

Fig. 5 Zoom results of partial Woman image

由图 4 与图 5 可知, 利用本文方法对 Woman 图缩放的效果是比较理想的。

## 4 结 论

提出一种基于 Hilbert 扫描与弹性模型相结合的图像缩放算法。首先利用 Hilbert 扫描将 2 维形式的图像转化为 1 维的灰度序列; 然后将所得的灰度序列想象成一根橡皮筋, 并借助弹性模型的思想对灰度序列进行缩放处理, 最后将处理后所得的新灰度序列按 Hilbert 扫描的逆过程还原成目标图像。实验表明, 本文给出的方法数学背景简单, 易于操作, 其结果与弹性模型所得的结果基本相同, 从而为图像的缩放提供了另外一种简单有效的新方法。但本文给出的方法只能对图像进行整数倍的比例缩放, 如何将本文方法推广到更一般的图像缩放是值得进一步深入研究的问题。

## 参考文献 (References)

- [ 1 ] Xu Luping. Digital Image Processing [M]. Beijing: Science Press, 2007: 36-38. [许录平. 数字图像处理[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 36-38.]
- [ 2 ] Xiao Jianping, Zou Xuecheng, Liu Zhenglin, et al. Algorithm of text image scaling based on LCD scaler [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2005, 33(5): 46-48. [肖建平, 邹雪城, 刘政林, 等. 基于 LCD 定标器的文本型图像缩放算法研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005, 33(5): 46-48.]
- [ 3 ] Kang Mu, Wang Baoshu. Image reduction algorithm based on spring model [J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2208-2211. [康牧, 王宝树. 一种基于弹性模型的图像缩小算法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9): 2208-2211.]
- [ 4 ] Kang Mu, Li Yongliang. Image zoom algorithm based on the spring model [J]. Computer Science, 2009, 36(10): 292-295. [康牧, 李永亮. 一种基于弹性模型的图像放大算法[J]. 计算机科学, 2009, 36(10): 292-295.]
- [ 5 ] Cao Wenlun, Shi Zhongke, Feng Jianhu. Traffic image coding method based on polynomial approach [J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 42(19): 183-185. [曹文伦, 史忠科, 封建湖. 基于多项式拟合的图像编码方法[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(19): 183-185.]
- [ 6 ] Li Chenyang, Duan Xiongwen, Feng Yucai. Algorithm for generating N-dimensional Hilbert curve [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, 11(8): 1068-1075. [李晨阳, 段雄文, 冯玉才. N 维 Hilbert 曲线生成算法[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(8): 1068-1075.]
- [ 7 ] Zhang Rongxiang, Zheng Shijie, Xia Qingguan. Self-adaptive image segmentation method based on Hilbert scan and wavelet transform [J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(4): 666-671. [张荣祥, 郑世杰, 夏庆关. 基于 Hilbert 扫描和小波变换的自适应图像分割[J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(4): 666-671.]
- [ 8 ] Biswas S, Lovell B C. Bézier and Spines in Image Processing and Machine Vision [M]. London: Springer Press, 2008: 58-62.
- [ 9 ] Wang Sun, Xu Xiaoshuang. A new algorithm of Hilbert scanning matrix and its MATLAB program [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, 11(1): 119-122. [王笋, 徐小双. Hilbert 曲线扫描矩阵的生成算法及其 MATLAB 程序代码[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(1): 119-122.]
- [ 10 ] Zhang J, Kamata S. A pseudo-Hilbert scan for arbitrarily-sized arrays [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2007, E90-A(3): 682-690.
- [ 11 ] Chung K L, Huang Y L, Liu Y W. Efficient algorithms for coding Hilbert curve of arbitrary-sized image and application to window query [J]. Information Science, 2007, 177(10): 2130-2151.