

# 基于压缩感知理论的合成孔径激光雷达成像算法

何 劲<sup>1</sup>, 张 群<sup>1,2</sup>, 杨小优<sup>1</sup>, 罗 迎<sup>1</sup>, 张 辉<sup>3</sup>, 朱小鹏<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学电讯工程学院, 西安 710077; 2. 复旦大学波散射与遥感信息国家教育部重点实验室, 上海 200433;  
3. 空军工程大学科研部, 西安 710051)

**摘 要:** 合成孔径激光雷达是一种主动式有源激光成像雷达,它具有远高于微波合成孔径雷达的成像分辨率,能够实现远距离目标的精细成像。由于激光信号的带宽极大,普通的硬件设备难以满足奈奎斯特采样定理的要求。提出一种基于压缩感知理论的合成孔径激光雷达成像算法,该方法利用光外差方法探测回波信号,在此基础上通过对外差信号进行随机采样提取信号中的有效信息,使用正交匹配追踪算法实现对目标高分辨距离像的重构,最后结合频率变标算法得到目标的高分辨二维图像。仿真结果表明运用新算法对合成孔径激光雷达的回波信号进行采样,能使用远低于奈奎斯特定理所规定的采样率完成信号采样,并有效压低信号旁瓣,实现对目标的超高分辨成像。

**关键词:** 合成孔径激光雷达; 雷达成像; 信号采样; 压缩感知

中图分类号: TN957 文献标识码: A 文章编号: 1000-4328(2011)11-2395-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-4328.2011.11.014

## SAL Imaging Algorithm Based on Compressed Sensing Theory

HE Jin<sup>1</sup>, ZHANG Qun<sup>1,2</sup>, YANG Xiao-you<sup>1</sup>, LUO Ying<sup>1</sup>, ZHANG Hui<sup>3</sup>, ZHU Xiao-peng<sup>1</sup>

(1. Inst. of Telecommunication Engineering, AFEU, Xi'an 710077, China;  
2. Key Laboratory of Wave Scattering and Remote Sensing Information (Ministry of Education), Fudan University, Shanghai 200433, China;  
3. Research Department, AFEU, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Synthetic aperture LADAR (SAL) is an active laser imaging system. It has much higher imaging resolution than the microwave synthetic aperture radar, and can realize the refined imaging for a far distance target. Due to the extra large bandwidth of laser signal, the hardware of SAL is difficult to satisfy the requirement for Nyquist sampling rate. A new signal sampling method based on the compressed sensing (CS) theory is proposed to reduce the sampling rate of echoes in this paper. In the method, the echoes are randomly sampled by using an optical heterodyne process, and then the high-resolution range profile is recovered by using the orthogonal matching pursuit algorithm (OMP). The 2-D image is recovered by using frequency scaling algorithm. Simulations demonstrate that high-quality images can be reconstructed even though the sampling rate is much lower than the Nyquist sampling rate.

**Key words:** Synthetic aperture LADAR (SAL); Radar imaging; Signal sampling; Compressed sensing

## 0 引 言

合成孔径技术起源于 20 世纪 50 年代,它有效突破了真实孔径对空间分辨率的限制,通过收发机在不同时刻不同空间向目标发射脉冲、获取并存储回波,对回波进行信息处理,取得了相当于收发机分

布空间大小的孔径大小所对应的空间分辨效果,从而提高了成像的空间分辨率<sup>[1-2]</sup>。但是现有的基于微波信号的合成孔径雷达受到了微波信号带宽的限制,不能提供足够高的距离分辨率,所以光波波段的合成孔径技术在近年来逐渐受到人们的关注<sup>[3-4]</sup>。

光波段合成孔径雷达将合成孔径技术应用于

收稿日期: 2010-10-12; 修回日期: 2011-01-03

基金项目: 国家自然科学基金(60971100)

激光波段 利用激光信号的超大带宽提高雷达的距离向分辨率 利用合成孔径技术提高雷达的方位向分辨率。合成孔径激光雷达(Synthetic Aperture Ladar, SAL) 不仅克服了普通激光雷达波束窄、搜索目标困难等缺点 而且能实现厘米甚至毫米级的超高分辨成像 因此具有广泛的应用前景。20 世纪 60 年代 国外就开展了 SAL 的实验研究。随着信号处理技术的进步和激光技术的成熟 近年来针对 SAL 的研究取得了一些重要进展。美国海军研究实验室于 2002 年在实验室中完成了对目标的二维成像<sup>[5]</sup> 2006 年美国国防高级研究计划局(DARPA) 资助的项目已成功得到了机载合成孔径激光雷达的成像结果<sup>[6]</sup>。

虽然 SAL 具有许多优点 但是它是通过发射超大带宽的激光信号来实现成像 这给信号的采样和处理带来了很大的困难 尤其是当场景较大时 普通的 A/D 采样系统将无法满足奈奎斯特采样定理的要求。本文引入了压缩感知理论(Compressive Sensing, CS) 来解决这一问题。压缩感知理论是近年来信号处理领域中的一个研究热点<sup>[7-8]</sup> 该理论指出 若信号是稀疏的或在某个变换域稀疏 则可用一个与变换基不相关的观测矩阵将高维信号投影到低维空间 通过求解优化问题就可以从低维观测中以高概率重构原信号。若信号足够稀疏 所需的采样速率将远远小于由信号带宽决定的奈奎斯特采样速率。利用合成孔径成像激光雷达对目标成像时 目标可以由若干个比较强的散射中心描述。因此 如果能有效利用 CS 理论 将有望解决 SAL 成像中高分辨率与高数据率之间的矛盾。

基于上述思想 本文提出了一种基于压缩感知理论的 SAL 成像方法 在用光外差手段对目标进行探测的基础上 通过对外差信号进行随机稀疏化采样 采用 CS 理论重构目标的高分辨一维距离像 再利用频率变标算法(Frequency Scaling, FS) 完成对目标的二维高分辨成像。实验结果证明 该方法能使用远低于奈奎斯特定理所规定的采样率完成对回波信号的采样 并有效压低信号旁瓣 实现对目标的超高分辨二维成像。

## 1 基于 CS 理论的 SAL 回波信号采样及目标重构

### 1.1 SAL 的高分辨原理

成像雷达的距离分辨率取决于信号的带宽 带

宽越大 分辨率越高。SAL 使用的激光信号的带宽通常比微波信号大 3-5 个数量级 因此 它的成像分辨率将大大提高 这为实现目标的高分辨成像奠定了基础。

成像雷达的方位向分辨率于其孔径的大小有关 对于普通激光雷达而言 假设波长为  $\lambda$  孔径直径为  $D$  衍射到目标处的光斑直径为  $L$  则根据衍射极限理论 它方位向分辨率大小为  $\rho_a = \lambda R/L$ 。SAL 则是通过雷达与目标的相对运动及信号处理来合成等效的大孔径<sup>[10]</sup>。由于 SAL 合成的孔径长度要比望远镜的实际孔径  $D$  大很多 因此 SAL 的方位向分辨率将比普通激光雷达分辨率提高很多。

### 1.2 回波信号外差探测

传统的合成孔径雷达有多种工作模式 如条带式、聚束式等。因为 SAL 最大的优势在于可以获得比 SAR 更高的分辨力 这在聚束工作模式下体现的尤为明显 因此本文主要对聚束工作模式开展研究。

目前 国内外的各大实验室大多使用可调谐激光器作为 SAL 的发射信号源 与合成孔径雷达中常用的线性调频信号不同 可调谐激光器发射的是线性调波长信号 即波长是随时间线性变化的。这种信号会存在高阶相位误差 而且经过差频处理后的信号频率不仅与点目标与收发平台的距离有关 而且与时间有关 即无法将距离向与方位向分离 二维成像成为困难。虽然在实验室中可以通过引入参考通道等方法来解决这一问题 但是当雷达与目标距离较远 目标面积较大时 离中心点较远的散射点将很难有效聚焦<sup>[11]</sup>。因此 本文采用矩形脉冲串对线性调波长信号进行调制 使线性调波长信号的高阶相位误差在频率调制时间内不会累积 能够近似为线性调频信号。

设脉冲重复周期为  $T$  脉冲宽度为  $T_p$  第  $m$  个脉冲发射信号的起始时间为  $t_m = (m-1)T$  则矩形脉冲串可以表示为

$$R(t) = \sum_{m=1}^N \text{rect}\left(\frac{t-t_m}{T_p}\right) \quad (1)$$

其中  $\text{rect}(t) = 1, -1/2 \leq t \leq 1/2; \text{rect}(t) = 0, t < -1/2$  或  $t > 1/2$ 。

令  $t_k$  表示快时间 即脉冲间隔内的时间  $t = t_m + t_k$  信号的初始载频为  $f_c$  信号的调频斜率为  $\mu$  则调制后第  $m$  个脉冲发射信号为

$$\begin{aligned}
 s_m(t_k, t_m) &= \text{rect}\left(\frac{t_k}{T_p}\right) \exp\left(j2\pi\left(t + \frac{1}{2}\mu t^2\right)\right) \\
 &= \text{rect}\left(\frac{t_k}{T_p}\right) \exp\left(j2\pi(f_c + \mu t_m)t_k + \right. \\
 &\quad \left. j\pi\mu t_k^2 + j\pi(2f_c t_m + \mu t_m^2)\right) \quad (2)
 \end{aligned}$$

式(2)中,前两个相位项为脉间相位变化项,第三个相位项在脉内因 $t_m$ 不变,所以可视作常数项。此时在快时间范围内瞬时频率为

$$\begin{aligned}
 f(t_k, t_m) &= \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt_k} [2\pi(f_c + \mu t_m)t_k + \pi\mu t_k^2 + \\
 &\quad \pi(2f_c t_m + \mu t_m^2)] \\
 &= f_c + \mu t_m + \mu t_k \quad (3)
 \end{aligned}$$

可以看出,第 $m$ 个脉冲是一个调频斜率为 $\mu$ ,载频为 $f_c(t_m) = f_c + \mu t_m$ 的线性调频信号,因此,也可以将整个发射信号近似看作线性调频步进信号。

对接收到的回波信号通常采用光外差手段进行探测,光外差探测技术是利用两个相干光场在探测器光敏面上的交迭相干性和探测器的平方律响应特性实现光混频的探测技术,能有效保留被探测光场的相位信息。对点目标而言,假设目标与雷达之间的距离为 $R_t$ ,则回波信号可以表示为

$$\begin{aligned}
 s_i(t_k, t_m) &= \text{rect}\left(\frac{t_k - 2R_t/c}{T_p}\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(j2\pi(f_c + \mu t_m)\left(t_k - \frac{2R_t}{c}\right) + \right. \\
 &\quad \left. j\pi\mu\left(t_k - \frac{2R_t}{c}\right)^2 + j\pi(2f_c t_m + \mu t_m^2)\right) \quad (4)
 \end{aligned}$$

假设参考距离为 $R_{\text{ref}}$ ,则本振信号可以表示为:

$$\begin{aligned}
 s_{\text{ref}}(t_k, t_m) &= \text{rect}\left(\frac{t_k - 2R_{\text{ref}}/c}{T_p}\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(j2\pi(f_c + \mu t_m)\left(t_k - \frac{2R_{\text{ref}}}{c}\right) + \right. \\
 &\quad \left. j\pi\mu\left(t_k - \frac{2R_{\text{ref}}}{c}\right)^2 + j\pi(2f_c t_m + \mu t_m^2)\right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中 $T_p'$ 略小于 $T_p$ 。

经过外差处理后,得到的外差信号可以表示为:

$$\begin{aligned}
 s_{\text{if}}(t_k, t_m) &= \text{rect}\left(\frac{t_k - 2R_t/c}{T_p}\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(-j4\pi\mu \frac{R_{\Delta}}{c}\left(t_k - \frac{2R_{\text{ref}}}{c}\right)\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(-j4\pi \frac{R_{\Delta}}{c} f_c(t_m)\right) \exp\left(j4\pi\mu \frac{R_{\Delta}^2}{c^2}\right) \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中, $R_{\Delta} = R_t - R_{\text{ref}}$ 。式(3)中共包含3个相位项,其中第1项为距离项,表征了目标和参考点的相对距离;第2项为线性相位项,当 $R_{\Delta}$ 变化时,该项会产生线性相位变化;第3项为解线性调频方法所特有的残余视频相位(RVP),对成像没有帮助,可以通过补偿去除<sup>[12]</sup>。将(6)式以参考点时间为基准对快时间作傅里叶变换,可以得到信号的频域表达式:

$$\begin{aligned}
 s_{\text{if}}(f, t_m) &= T_p \text{sinc}\left(T_p\left(f + \frac{2\mu R_{\Delta}}{c}\right)\right) \exp\left(-j4\pi \frac{R_{\Delta}}{c} f\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(-j4\pi \frac{R_{\Delta}}{c} f_c(t_m)\right) \exp\left(j4\pi\mu \frac{R_{\Delta}^2}{c^2}\right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

可以看出,变换到频域的信号应是在 $f = -2\mu R_{\Delta}/c$ 处宽度为 $1/T_p$ 的sinc状脉冲。若发射信号的带宽 $B = 500\text{GHz}$ ,持续时间 $T_p = 10\mu\text{s}$ ,目标尺寸范围为 $[R_0 - R_{\text{max}}, R_0 + R_{\text{max}}]$ , $R_{\text{max}} = 5\text{m}$ ,则经过外差处理后,信号带宽为降为 $4\mu R_{\text{max}}/c$ ,采样频率需要达到 $8\mu R_{\text{max}}/c$ 或者 $8BR_{\text{max}}/(T_p c)$ ,即 $6.65\text{GHz}$ 。这对硬件的要求很高。当场景较大时,更是难以完全满足奈奎斯特采样定理的要求,所以,我们将引入CS理论来完成对回波信号的采样。

### 1.3 压缩感知理论

传统的信号采样理论是通过将信号进行正交变换以后,只保留 $K$ 个较大的分量,而把其它 $N - K$ 个分量置为零。通过反变换,就能够近乎完美地重建原始信号。这种方法的主要缺陷在于为了获得很好的信号分辨率,采样间隔会很小,造成了原始信号长度很长,变换过程运算量大。此外, $K$ 个需要保留的重要分量的位置会随着信号的不同而不同,因此这种策略是“自适应”(Adaptive)的,且需要分配多余的空间存储这些位置,如果其中重要的分量丢失,将很难完好地重构原始信号。

为解决这一问题,Candes、Donoho等人提出一种新的信号处理理论——压缩感知理论<sup>[13]</sup>。压缩感知理论的核心思想可以概述为:假设一个在某一正交空间具有稀疏性的信号 $X \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ ,它的稀疏正交基为 $\Psi \in \mathbf{C}^{N \times N}$ , $\Psi\Psi^H = \Psi^H\Psi = I$ , $I$ 为单位矩阵。利用 $\Psi$ 对 $X$ 进行正交变换后可以得到 $\Theta = \Psi^H X$ ,其中 $\Theta$ 为 $N \times 1$ 维的列向量,包含 $K$ 个较大的分量。对于这样的信号 $X$ ,可找到它的 $M$ 个线性测量(Liner Measurement) $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ 对 $X$ 进行观测得到观测集合 $Y = \Phi X = \Phi\Psi\Theta$ 。在此基础上,利用最优化的重

构算法可以精确地重构信号<sup>[14-15]</sup>,即重构目标函数  $\min \|\hat{\Theta}\|_0$ ,且满足等式约束  $\Phi\Psi\hat{\Theta} = Y$ 。或可以写成

$$\min \|Y - \Phi\Psi^H \hat{\Theta}\|_2 + \lambda \|\hat{\Theta}\|_0 \quad (8)$$

通过求解该最优化问题,可以得到变换域的 $\hat{\Theta}$ ,然后通过正交反变换重构得到时域的信号 $\hat{X}$ 。因为 $\hat{\Theta}$ 是待求的变换域向量,它是 $K$ 稀疏的,即包含 $K$ 个较大的分量,只要保留尽量少 $K$ 个重要分量就能近乎完美重构原始信号。其中,线性测量矩阵 $\Phi$ 必须与稀疏正交基 $\Psi$ 不相关。因为 $K$ 个重要分量的位置事先是不知道的,是随着信号的不同而不同,如果 $\Phi$ 与 $\Psi^H$ 极端相似,则得到的求解结果是前 $M$ 个变换域的分量是重要的,这与事实不符。此外,还希望线性测量具有稳定的能量性质,即满足

$$1 - \delta \leq \frac{\|\Phi\Psi^H \hat{\Theta}\|_2}{\|\hat{\Theta}\|_2} \leq 1 + \delta \quad (9)$$

式中, $\delta$ 是一个极小的常数。

利用一个与变换基 $\Psi$ 不相关的 $M \times N$ 维观测矩阵 $\Phi$  ( $M \ll N$ )对信号 $X$ 进行线性测量,得到的观测矩阵低维的观测集合 $Y$ 是一个 $M \times 1$ 维向量。由于观测集合 $Y$ 的数量小于原始信号 $X$ 的维数,因此重构信号 $X$ 变成了一个求解欠定方程组的问题,变得不易求解。但当 $\Phi \times \Psi$ 满足有限等距特性(Restricted Isometry Property, RIP)时<sup>[14]</sup>,对欠定方程组的求解问题可转化成 $l_1$ 范数下的最优化求解问题,即

$$\hat{\Theta} = \arg \min \|\hat{\Theta}\|_1, \quad \text{s. t. } Y = \Phi\Psi\hat{\Theta} \quad (10)$$

为了保证信号 $X$ 能被高概率精确重构, $\Phi\Psi$ 必须满足有限等距特性,即要保证 $\Phi\Psi$ 不会将两个不同的 $K$ 稀疏信号映射到同一个采样集中。通常情况下判定 $\Phi\Psi$ 是否具有RIP性质是一个组合复杂度问题,为了降低问题复杂度,可以认为当观测矩阵 $\Phi$ 和稀疏变换矩阵 $\Psi$ 不相干时, $\Phi\Psi$ 在高概率条件下满足RIP性质,通过判定 $\Phi$ 与 $\Psi$ 之间的相干性等效判定 $\Phi\Psi$ 是否具有RIP性质。所谓不相干,是指行向量 $\{\phi_k\}$ 不能用行向量 $\{\psi_c\}$ 稀疏表示,不相干性越强,两者互相表示时所需系数越多<sup>[13]</sup>。所以通常选择符合标准的高斯白噪声分布作为线性测量矩阵。

#### 1.4 基于CS理论的SAL信号采样与重构

在常规的信号处理系统中,完成对光外差探测后应利用奈奎斯特采样定理对信号进行模数转换。由1.1节的分析可知,对外差处理后的信号以参考点时间为基准对快时间作傅里叶变换后,得到的信号表达式如(7)式所示,是一个峰值点位于 $f = -2\mu R_\Delta/c$ 处的sinc函数。峰值对应的就是目标的散射点,由于目标是由散射点构成的,而这些散射点是离散的,因此,可以通过部分强散射点完成对目标整体轮廓的重构而影响目标的识别,即信号满足压缩感知理论中稀疏化的要求,而 $s_{if}(f, t_m)$ 则恰好是差频处理后信号的稀疏化表示。

由于信号 $s_{if}(t_k, t_m)$ 是可稀疏的,可令 $X = \{x_i\} = s_{if}(t_k, t_m)$ 。设稀疏变换矩阵为 $\Psi$ , $X$ 在该变换域上的表征形式为 $\Theta$ , $\Theta = \{\theta_k\} = s_{if}(f, t_m)$ ,则

$$X = \Psi\Theta = D_N^{-1}\Theta \quad (11)$$

其中 $D_N^{-1}$ 为IDFT变换矩阵:

$$D_N^{-1} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \cdots & W_N^{-(N-1)} \\ 1 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \cdots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \cdots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix},$$

$$W_N = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N}\right)$$

完成对信号的稀疏表示后,下一步工作是设计一个用于将高维雷达信号投影到一个低维空间的观测矩阵 $\Phi$ 。为了保证在观测过程中不会丢失重要信息,能准确重构出原始信号,观测矩阵 $\Phi$ 和稀疏基矩阵 $\Psi$ 需满足不相关的要求。通常的处理方法是将观测矩阵 $\Phi$ 设置成随机高斯矩阵,但如果将随机高斯矩阵作为观测矩阵应用于SAL中会存在较大问题。这是因为SAL的距离向分辨率极高,每一个径向距离上的散射点较多,如果用随机高斯矩阵作为观测矩阵,简单以径向距离上的散射点数目作为观测集合 $Y$ 中的重要分量,则需要重构的重要分量太多,会导致测量数较大,从而无法实现大幅降低信号采样频率的目的。考虑到合成孔径技术在方位向处理时采用的是能量累积的方式完成成像,通过对稀疏矩阵的分析以及对RIP理论的研究,本文将观测矩阵 $\Phi$ 设为部分单位矩阵。可以证明,部分单位矩

阵也是一种满足 CS 理论要求的稀疏矩阵。

设  $\Phi = \{\phi_{a,b}\}$  为一个  $M \times N$  维的矩阵, 且 (设矩阵中最左上角元素为  $\phi_{0,0}$ )

$$\phi_{a,b} = \begin{cases} 1, & b = m_a \\ 0, & b \neq m_a \end{cases} \quad a = 0, 1, \dots, M-1; \\ b = 0, 1, \dots, N-1 \quad (12)$$

可以证明  $\Phi$  与  $\Psi$  (即  $D_N$ ) 不相干, 即  $\Phi\Psi$  满足 RIP 条件。对于  $\Phi$  中的任意行向量  $\phi_a$ , 其元素中除了第  $m_a$  个元素为 1 外, 其余均为零。根据下式

$$\phi_a^T = D_N^{-1} D_N \phi_a^T \quad (13)$$

其中  $D_N$  为 DFT 变换矩阵, 即

$$D_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N & W_N^2 & \dots & W_N^{N-1} \\ 1 & W_N^2 & W_N^4 & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W_N^{N-1} & W_N^{2(N-1)} & \dots & W_N^{(N-1)^2} \end{bmatrix}$$

上式可进一步写为

$$\phi_a^T = D_N^{-1} (D_N \phi_a) = D_N^{-1} D_N(m_a) \\ = \frac{1}{N} D_N^{-1} [1, W_N^{m_a}, W_N^{2m_a}, \dots, W_N^{m_a(N-1)}]^T \quad (14)$$

其中  $D_N(m_a)$  表示  $D_N$  的第  $m_a$  列。因为  $\text{Rank}(D_N^{-1}) = N$ , 由克拉默法则可知非齐次线性方程组  $D_N^{-1} \alpha = \phi_a^T$  具有唯一解, 即

$$\alpha = \frac{1}{N} [1, W_N^{m_a}, W_N^{2m_a}, \dots, W_N^{m_a(N-1)}]^T$$

这表明  $\phi_a$  不仅无法由  $\{\psi_c\}$  稀疏表示, 且由于  $\alpha$  中各元素均不为零, 因此  $\Phi$  与  $\Psi$  完全不相干。

以部分单位矩阵作为观测矩阵, 本质上是对雷达收到的每一次回波进行信息的随机抽取, 由于每次都能够在抽取到不同的信息, 虽然根据不同信息还原出的散射点是不同的, 但是综合从各次回波得到的信息就能恢复出目标的所有散射点, 因此, 运用部分单位矩阵作为观测矩阵能够在较低测量数的情况下完成对目标所有散射点的重构。

采用上述方法确定的稀疏变换矩阵和观测矩阵, 在一定的观测矩阵维度下可以保证以高概率精确重构  $s_{ij}(t_k, t_m)$  在稀疏域上表示, 即  $s_{ij}(f, t_m)$ 。在获得观测值  $Y$  的基础上, 进一步地, 我们可以采用正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 算法重构出  $\hat{\Theta}$ 。OMP 算法是一个最优化求解的问题,

设  $T = \{\alpha_c\} = \Phi\Psi$  它的具体步骤可以归纳为:

- (1) 令最大投影位置记录向量  $\zeta_0$  和匹配正交基记录矩阵  $H_0$  为空集, 迭代次数计数器  $l = 1$ ,  $\hat{\Theta}$  为  $N \times 1$  维全零向量, 初始残余量  $r_0 = Y$ ;
- (2) 求解  $\delta_l = \arg \max_{c=0,1,\dots,N-1} | \langle r_{l-1}, \alpha_c \rangle |$ , 并得到  $\zeta_l = \zeta_{l-1} \cup \{\delta_l\}$ ,  $H_l = [H_{l-1}, \alpha_{\delta_l}]$ ;
- (3) 依据最小二乘法求解最优化问题  $\hat{x} = \arg \min_x \|Y - H_l x\|_2$ , 并得到  $r_l = Y - H_l \hat{x}$ ;
- (4)  $l = l + 1$ , 若  $l < L$ ,  $L$  为设定的最大迭代次数, 转步骤 (2); 若  $l = L$ , 结束迭代, 转步骤 (5);
- (5) 根据 (11) 式, 利用估计出的  $\hat{\Theta}$  推出信号  $X$  的估计值  $\hat{X}$ 。

OMP 算法能否精确重构原始信号与  $\Phi$  的维度  $M$  密切相关,  $M$  越大, 重构精度越高。通常认为维度  $M$  至少要达到重要分量数目的 4 倍, 才能保证不失真地重构信号<sup>[13]</sup>。如果运用随机高斯矩阵作为观测矩阵, 则维度  $M$  要达到径向距离上散射点总数的 4 倍才能保证高概率重构原始信号, 在 SAL 的分辨率条件下很难大幅降低采样率。以部分单位矩阵作为观测矩阵, 就能够利用合成孔径技术的能量累积效应将维度  $M$  大大降低。

因此, 基于压缩感知理论的 SAL 信号采样与重构步骤如图 1 所示, 可以归纳为:

- (1) 大致估计目标径向距离上散射点个数  $K$ , 确定 CS 重构的迭代次数;
- (2) 用部分单位阵对  $\Phi$  对差频信号进行非自适应线性测量, 得到相应低维观测序列  $Y$ ;
- (3) 利用 OMP 算法对低维观测序列进行凸优化重构, 即重构出目标的高分辨率图像。

理论上, 对重构得到的信号  $\hat{\Theta}$  做方位向的傅立叶变换, 就可以得到目标的二维像, 但由于激光信号的波长较短, 当场景稍大时就会出现距离徙动现象, 这会对二维成像的效果造成影响, 因此我们采用频率变标 (Frequency Scaling, FS) 算法<sup>[1]</sup>来完成二维成像。FS 算法是一种改进的线频调变标算法, 它根据方位波数的变化, 对距离解线调信号的距离波数进行伸缩来调整距离弯曲。频率变标过程利用了距离解线调信号的剩余相位项, 通过三次线性调频参考函数相乘, 在消除信号剩余视频相位项的同时实

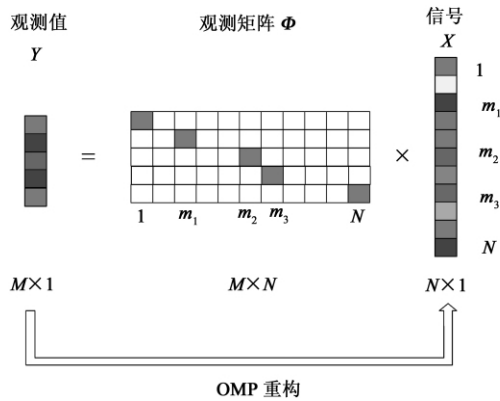


图 1 基于 CS 理论的 SAL 信号采样与重构示意图  
Fig.1 The signal sampling and reconstruction of SAL based on CS

现距离弯曲校正,因此可以避免插值运算,是一种高效的合成孔径成像算法,十分适用于 SAL 成像。综上所述,基于 CS 理论的 SAL 信号采样、重构以及成像的流程如图 2 所示。

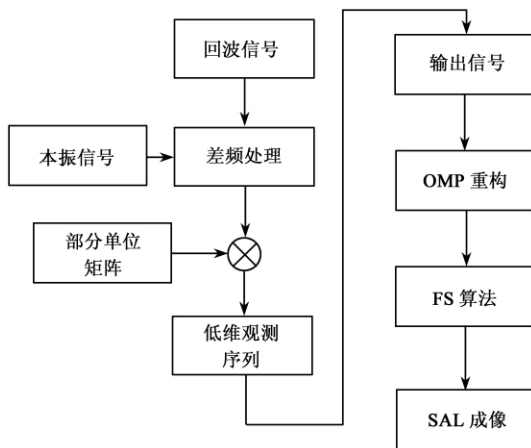


图 2 基于 CS 理论的 SAL 成像算法流程  
Fig.2 The imaging program of SAL based on CS

表 1 仿真实验参数

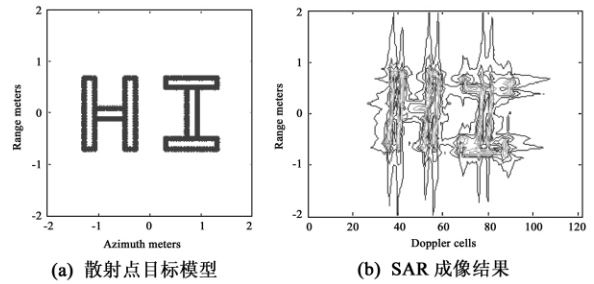
Table 1 Simulation parameters

参数	SAR	SAL
信号波长 $\lambda$ /m	0.01	$1.06 \times 10^{-5}$
信号带宽 $B$ /Hz	1G	30G
脉冲持续时间 $T_p$ / $\mu$ s	2	2
载机飞行速度 $v$ /(m/s)	50	50
目标区域范围/m	$2 \times 2$	$2 \times 2$
初始时刻距离/km	5	5

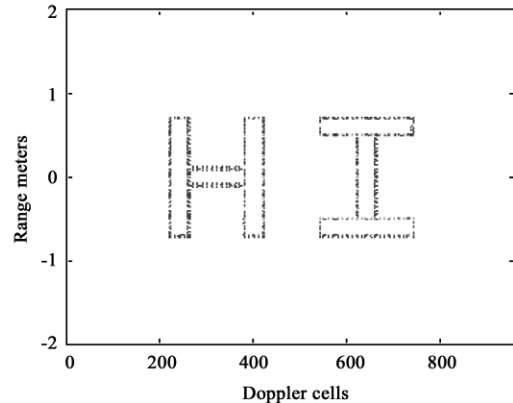
## 2 仿真实验

本节将通过对散射点模型的仿真实验分别验证

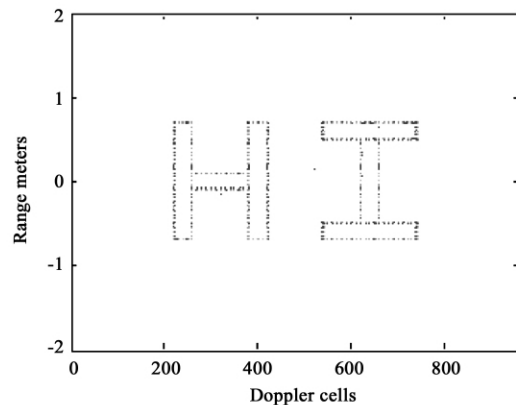
SAL 成像的高分辨特性和利用 CS 理论实现信号采样和成像的有效性。仿真参数设置如表 1 所示。



(a) 散射点目标模型 (b) SAR 成像结果



(c) 基于奈奎斯特采样的成像结果



(d) 基于 CS 采样的成像结果

图 3 二维成像结果

Fig.3 The result of 2-D imaging

目标尺寸如图 3 (a) 所示,由范围在  $[-2\text{m}, 2\text{m}]$  内的 285 个散射点组成,其中最大的径向距离上散射点达到 32 个。图 3 (b)、(c)、(d) 分别为 SAR 成像结果、运用奈奎斯特采样得到的 SAL 成像结果和运用 CS 理论采样得到的 SAL 成像结果。首先,通过比较 SAR 和 SAL 的成像结果可以看出,由于目标尺寸较小,而 SAR 成像的分辨率仅能达到 0.15m,因此无法还原出目标的轮廓,从图 3 (c) 中可以看出,在利用了超大带宽的激光信号后,SAL 很

好地完成对目标区域的超高分辨成像,有效还原了目标的散射点,为目标的识别奠定了基础,这证明了 SAL 在实现对目标超高分辨成像上所具有的优势。

但是,从(7)式的分析中可知,在如表 1 所示的仿真条件下,利用 SAL 对目标成像要满足不失真采样,根据奈奎斯特采样定理的要求,采用率至少要达到 1.6GHz,对每次回波需要的采样点数为 1016。基于 CS 理论采样的成像结果如图 3(d) 所示,仿真中设置重要分量数  $K = 12$ ,则对每次回波的采样数只需要 48 就能实现对目标的有效重构。即本文所提出基于 CS 理论采样方法的采样率只需达到奈奎斯特采样率的 4.72% 就能完成对目标的成像。从图 3(d) 中可以看出,其效果几乎与图 3(c) 一致,这证明了利用 CS 理论能够很好地完成对 SAL 回波信号的采样并精确地重构图像。如果以随机高斯矩阵作为观测矩阵,则重要分量数至少要达到 32,对每次回波的采样数至

少需要 128 才能完全重构目标图像。

图 4 给出了基于奈奎斯特采样理论得到的某次高分辨距离像和采用 OMP 算法重构的某次高分辨距离像,可以发现图 4(b) 中的峰值比图 4(a) 中更为尖锐,而且图 4(a) 中的一些旁瓣在图 4(b) 中已经被剔除。这是由于采用 OMP 算法重构时是按照距离像峰值从大到小进行迭代求解,所以距离像的旁瓣得到了很好的抑制。因此,图 4 也从另一个方面证明了压缩感知采样理论能够高精度地重构信号。此外,从图 4(b) 中能观测到的目标散射点个数要略少于图 4(a),这是本文算法对每次回波进行信息随机抽取的结果,即虽然每一次距离像不能反应出径向距离上的所有目标散射点,但是综合所有的回波信息进行二次脉压,就能够得到完整的二维图像。

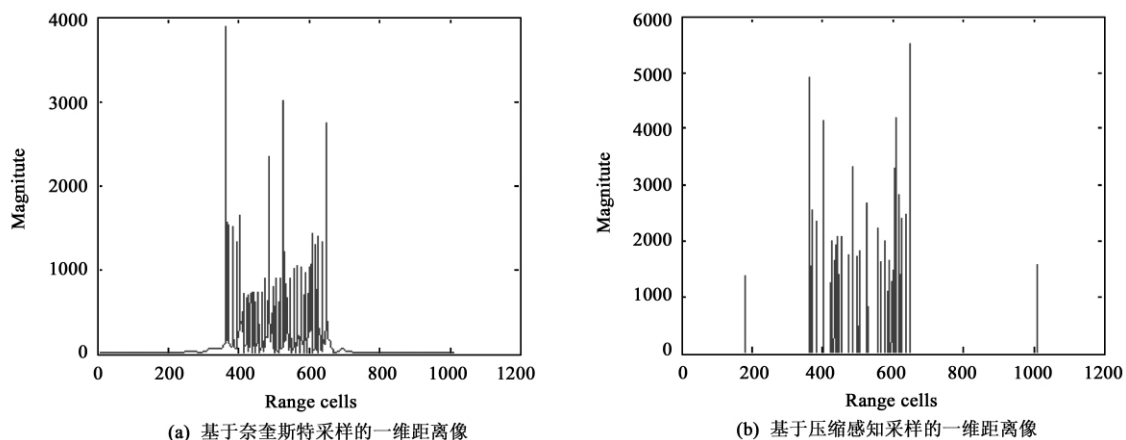


图 4 一维距离像成像结果比较

Fig. 4 The result of range profile

### 3 结 论

SAL 能够实现对目标超高分辨成像,因此具有广泛的应用前景。本文分析了 SAL 的高分辨原理,并针对 SAL 回波信号带宽极大,接收和处理困难的问题,提出了一种基于压缩感知理论的信号采样、重构和成像方法,利用光外差方法探测回波信号,通过对外差信号进行随机采样提取信号中的有效信息,完成稀疏化采样,最后使用正交匹配追踪算法实现对目标高分辨距离像的高精度重构,并结合频率变标算法得到了目标的高分辨二维图像。由于通常 SAL 所发射的激光信号都将达到几千 GHz,所以硬

件设备很难满足奈奎斯特采样定理的需求,本文的仿真实验证明了运用 CS 理论对信号进行采样是解决这一问题的有效途径,为解决 SAL 的回波信号采样提供了新的思路。

### 参 考 文 献

- [1] 保铮,邢孟道. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 1-3.
- [2] 罗迎,张群,封同安,等. 强杂波下含旋转部件的目标成像及微多普勒提取[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(2): 261-264. [Luo Ying, Zhang Qun, Feng Tong-an, et al. Imaging and micro-Doppler extraction of targets with rotating parts in strong ground clutter [J]. Systems Engineering and

- Electronics, 2009, 31(2): 261–264. ]
- [ 3 ] He J, Luo Y, Feng T A, et al. Inverse synthetic imaging lidar: no targets can hide [C]. WSANE, Shanghai, China, Nov 177–181, 2009.
- [ 4 ] 张云, 吴谨, 唐永新. 合成孔径激光雷达 [J]. 激光与光电子学进展, 2005, 42(7): 48–50. [Zhang Yun, Wu Jin, Tang Yun-xin. Synthetic aperture lidar [J]. Laser & Optics Processing, 2005, 42(7): 48–50. ]
- [ 5 ] Bashkansky M, Lucke R L, Funk E, et al. Two dimensional synthetic aperture imaging in the optical domain [J]. Opt Letter, 2002, 27(22): 1983–1985.
- [ 6 ] 王省伟, 侯天晋, 周鼎富, 等. 合成孔径激光雷达 [J]. 激光技术, 2008, 32(1): 4–7. [Wang Sheng-wei, Hou Tian-jin, Zhou Ding-fu, et al. Synthetic aperture lidar [J]. Laser Technology, 2008, 32(1): 4–7. ]
- [ 7 ] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Academic Des Sciences, 2006, 346(1): 598–592.
- [ 8 ] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [ 9 ] Stephen M, Colella B D, Thomas J G. Solid-state laser synthetic aperture radar [J]. Appl. Opt. 1994, 33(6): 960–964.
- [10] Walter F B, Nicholas J M, Steven M B. Synthetic aperture imaging lidar [J]. Proc. SPIE, 2005, 22(5): 661–668.
- [11] 刘国国, 吴谨, 朱炳祺, 等. SAL 距离像分辨率非线性恶化与补偿 [J]. 激光与红外, 2009, 39(9): 934–938. [Liu Guo-guo, Wu Jin, Zhu Bing-qi, et al. Nonlinear degradation and compensation on range resolution in synthetic aperture lidar experiment [J]. Laser & Infrared, 2009, 39(9): 934–938. ]
- [12] 郭亮, 邢孟道, 梁毅, 等. 一种机载合成孔径成像激光雷达聚束模式成像算法 [J]. 光学学报, 2008, 28(6): 1183–1190. [Guo Liang, Xing Meng-dao, Liang Yi, et al. Algorithm for airborne spotlight synthetic aperture imaging lidar data processing [J]. Acta Optica Sinica. 2008, 28(6): 1183–1190. ]
- [13] Baraniuk R. A lecture on compressive sensing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118–121.
- [14] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展 [J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070–1081. [Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070–1081. ]
- [15] Shi G M, Lin J, Chen X Y, et al. UWB echo signal detection with ultra-low rate sampling based on compressed sensing [J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems – II: Express briefs, 2008, 55(4): 379–383.

作者简介: 何劲(1984–), 男, 博士研究生, 主要从事逆合成孔径雷达, 合成孔径激光雷达等方面研究。

通信地址: 陕西省西安市沣镐东路 1 号 14 队(710077)

电话: (029) 84791777

E-mail: hjelva@163.com

(编辑: 余 未)