文章编号:100-1595(2011) S-0145-06

关于坐标旋转法进行地球静止轨道导航卫星广播星历拟合的探讨

阮仁桂, 贾小林, 吴显兵, 冯来平 西安测绘研究所, 陕西西安 710054

Broadcast Ephemeris Parameters Fitting for GEO Satellites Based on Coordinate Transformation

RUAN Rengui, JIA Xiaolin, WU Xianbing, FENG Laiping Xî an Research Institute of Surveying and Mapping, Xî an 710054 China

Abstract : An introduction on broadcast ephemeris parameters fitting for GEO satellites based on coordinate transformation is presented. The formulas of the relationship between the new instantaneous orbital elements as well as their perturbation and that before coordinate transformation are derived, and influence of difference inertial coordinate (different *X*-axes orientation or different rotation angle) is analyzed. Experiments for broadcast ephemeris parameters fitting from simulated GEO orbit data are conducted to a nalyze the impact of different rotation a ngular adopted on the fitted ephemeris parameters. Our analysis and experiments show that: first, the inclination a ngle of the orbit obtained by simplified coordinate transformation is not constant but subject to periodic variation. Second, the perturbation of inclination a ngle in original frame may be magnified and then absorbed by the perturbation of inclination a ngle a nd perigee in the new coordinate system, while the magnification varies from tens to thousands and sometime singularity happens. Third, the range of some fitted GEO broadcast ephemeris parameters such as "Mean Motion Difference From Computed Value" and "Rate of Right Ascension" gradually decrease as the rotation angle increases.

Key words: broadcast ephemeris, GEO, coordinate transformation, perturbation of orbital elements

摘 要:介绍基于坐标选转法的 GEO 广播星历拟合算法,推导坐标系 旋转前 后卫星瞬 时轨道根数 及其摄动的解析关系 式,分析选择不同惯性系(不同的 X 轴指向和不同旋转角) 对卫星轨道根数及其摄动的 影响,通过仿真 GEO 轨道的广播 星历拟合实验分析不同坐标旋转角度对星历参数拟合结果的影响。分析和试验表明:¹ 采用简 化法,经坐标变换后得 到的轨道倾角不为常数,而是随着选择的参考 历元不同呈周期性变化;④选择不同的惯性参考系会导致轨道倾角摄动 以不同的放大倍数放大 后被新坐标系的轨道升交点赤经摄动和近地点幅角摄动吸收,放大倍数可达几十倍至上百倍甚 至出现奇点;(四 拟合得到的 GEO 卫星星历参数 Δn 和 Q 的取值范围随坐标旋转角的 增大而减小。

关键词:广播星历;地球静止轨道(GEO);坐标旋转;根数摄动

中图分类号: P228 文献标识码: A

1 引 言

广播星历是导航卫星轨道信息的载体, 是卫 星导航服务的空间参考基准。广播星历的表达形 式影响着导航卫星系统电文结构设计、用户算法 甚至影响系统的性能。GPS 广播星历采用二体 问题 Kelper 椭圆轨道根数加上长期和周期摄动 参数的形式, 具有物理意义明确、外推能力强、数 据量小、用户计算量适中的特点, 被许多新兴的导 航卫星系统采用。

尽管 GPS 的广播星历形式应用于 MEO 卫 星,已经得到充分的理论和实践应用验证,但并不 意味着这一星历表示形式适合其他轨道(如 GEO)。文献[1]分析了利用 GPS 广播星历形式 拟合 MEO、IGSO 和 GEO 轨道的精度及效率,指 出将 GPS 广播星历形式直接用于拟合 GEO 卫星 轨道并不合适,并提出了通过坐标旋转加以解决 的方法。在此基础上,文献[2]的实验分析表明选 择不同旋转轴(即不同的惯性系坐标轴指向)对拟 合精度没有影响。

本文从坐标旋转变换前后卫星瞬时轨道根 数及其摄动的解析关系式,来分析不同惯性坐 标系选择(不同 x 轴指向或不同旋转角度)对瞬 时卫星轨道根数和 GEO 星历参数拟合结果的 影响。

2 GPS 广播星历参数

GPS 广播星历采用 15 参数形式, 星历参数 包括参考时刻的 6个 Kelper 根数(半长轴的平方 $\mathbf{k}\sqrt{A}$,偏心率 e,近地点幅角 ω ,参考历元的平近 点角 Mo. 参考历元时刻升交点在周起始历元地固 坐标系的经度 Ω,参考历元轨道倾角 i₀)和 9 个 摄动参数(卫星平均运动速率计算值的改正量 △n, 升交点赤经的变化率 ♀, 轨道倾角变化率 ≥, 纬度幅角的余弦、正弦摄动调和改正振幅 Cue、 Cus,轨道半径的余弦、正弦摄动调和改正振幅 Cre、Crs,轨道倾角的余弦、正弦摄动调和改正振幅 Cie、Cis)。其中摄动调和项主要来自地球引力场 二阶带谐项和月球引力的短周期项: ♀主要由地 球引力场二阶带谐摄动引起 也包括地球自转轴 摆动、地球自转和极移的影响。由于根数中没有 体现 ω 变化的参数. Δn 则综合了半长轴和 ω 的长 期变化[3]。文献/1,4-5/给出了利用地固系卫星 位置序列拟合 GPS 卫星 15 个轨道根数的公式和 算法。

由于 GEO 轨道倾角小,采用 GPS 广播星历 参数形式拟合 GEO 卫星轨道可能因矩阵奇异而 不收敛,文献[1]提出坐标旋转的方法(下文称"严 格法")加以解决。具体做法可分为三个步骤:

 (1) 将地固系绕 Z 轴旋转 t GAST + Q(tk - tx)
 得到惯性系下的卫星位置(X 轴指向参考时刻春 分点);

(2) 绕 X 轴旋转 β 角, 得到新坐标系下的卫
 星位置;

(3)利用新坐标系下的卫星位置拟合 GEO 卫星广播星历。

以上坐标转换过程可以用式(1)来描述。

 $r_{k, \text{new}} = R_x \left(\beta R_z (t_{\text{CAST}} + \omega_t (t_k - t_{\text{oe}})) r_k (1) \right)$ 式中, r_k 表示 t_k 时刻 GEO 卫星在地固系中的位置向量; r_k new 表示经过坐标转换后的卫星位置向量; ω 为地球自转速率; t_{oe} 表示星历拟合弧段的参考时刻; t_{CAST} 表示参考时刻的格林尼治恒星时。

按照上述方法拟合得到的广播星历参数要提 供给用户使用,除了要播发 15 个星历参数之外还 要播发参考时刻格林尼治恒星时参数 t_{GAST} 。为 此文献[2]提出简化的方法(下文称"简化法"),即 令 $t_{GAST} \equiv 0(相当于选择的惯性参考系 x 轴与 t_{oe}$ 时刻地固系 x 轴重合),并试验验证了这样处理 献[1]和[2]对选择不同旋转角度(不超过5°)进 行了实验分析,认为拟合精度对旋转角度的选择 不敏感,都推荐采用5°的旋转角(未说明原因)。

3 坐标旋转引起的卫星轨道根数变化 分析

卫星在地球轨道的位置可用位置和速度表 示,也可采用 Kepler 轨道根数的形式表示。设在 惯性坐标系 *OX YZ* 中某一时刻卫星的 Kepler 轨 道根数为: a, e, i, Q, Q, M。图 1 是坐标旋转的示 意图, X', Y', Z' 为旋转后的三个坐标轴, 卫星轨 道交 X Y 平面于 $B, ext{c} X' Y'$ 平面于C, 设新坐标系 OX' Y'Z' 中卫星轨道根数为: a', e', i', Q, a', M'。 考虑球面三角形 *BCD*, 以 *B*, *C*, *D* 表示角及其值, *b*, *c*, *d* 表示边及其长, 依据球面三角形的基本公 式⁽⁶⁾有

$$\begin{array}{l} \cos C = -\cos D\cos B + \sin D\sin B\sin c \\ \cos c\cos D = \sin c\cot b - \sin D\cot B \\ \cos c\cos B = \sin c\cot d - \sin B\cot D \end{array} \right\} (2)$$



图 1 GEO 卫星轨道坐标旋转示意图 Fig. 1 Illustration for coordinate transformation

设坐标旋转角为 β(设 β≥0), 即 $D = \beta$ 。由轨 道根数的定义知 $c= \Omega$ $b= \Omega'$, $B= \pi$ – i, C=i', 由 此可得到新旧坐标系下卫星瞬时轨道根数的关 系式

$$\begin{aligned} a' &= a \\ e' &= e \\ i' &= \arccos\left(\cos\beta\cos i + \sin\beta\sin i\cos\Omega\right) \\ \Omega &= \arccos\left(\frac{\cos\Omega\cos\beta - \sin\beta\cot i}{\sin\Omega}\right) \\ \omega' &= \omega - d \\ M' &= M \end{aligned}$$
(3)
$$\mathbf{\xi} \mathbf{\Psi}, \ d &= \arccos\left(\frac{-\cos\Omega\cos i + \sin i\cot\beta}{\sin\Omega}\right) \end{aligned}$$

不会影响晶质拟命的精度m关压船的取值oxe Publishing House. All rights reserved. http://

对于严格法, Ω表示卫星轨道的升交点赤经, 对于某一卫星轨道, 如果忽略摄动引起的变化, Ω 的取值是一个常数, 式(3) 中 Ω不同的值就表示 不同的卫星轨道。

对于简化法, Ω表示卫星轨道的升交点经度, 即使认为卫星轨道的生交点赤经是常数(由于摄 动原因会有随时间缓慢变化).由于地球自转.卫 星轨道的升交点的经度是随时间快速变化的 变 化周期等于地球自转周期(约为1d)。这表示对 干同一卫星轨道,采用简化法,选择不同参考时 刻,轨道升交点经度不同,坐标旋转后的轨道倾角 随升交点经度呈周期性变化。由式(3)知新坐标 系下卫星轨道倾角 i 并不恒等于 $|i-\beta|$ (根据定 义,轨道倾角为卫星通过参考面由南向北的方向 与参考面的夹角,因此恒为非负),其取值随 Ω变 化 变化周期为 1 d 最大值为 $i + \beta$ 最小值为 $|i_{\beta}|$, 这意味着如果要保证在新坐标系下的轨 道倾角大于某个设定的值如 5.选择的坐标旋转 角必须大于 i+ S。如图 2 为 $i= 2^{\circ}(\beta=S^{\circ}, 10^{\circ} \text{ tr})$ i 随 Ω 取值的变化。



4 坐标旋转引起的卫星轨道根数摄动 变化分析

设在坐标系 OX YZ 和 OX'YZ'中, 卫星轨道 根数的摄动分别为 みみみ み みか 和 か、か、か、 か、 ふ、が。 对式(3)求导数可得到如下关系式

$$\begin{array}{l}
\dot{\phi} = \phi \\
\dot{\phi} = \phi \\
\dot{\phi} = Kii + K \circ \Theta \\
\dot{\phi} = Jii + J \circ \Theta \\
\dot{\phi} = \phi \quad (Lii + L \circ \Theta) \\
\dot{M} = M \\
\end{array}$$
(4)

$$K_{i} = \frac{(\cos\beta\sin i - \cos i\sin\beta\cos\Omega)}{\sqrt{1 - (\cos\beta\cos i + \sin\beta\sin i\cos\Omega)^{2}}}$$

$$K_{P} = \frac{\sin i\sin\beta\sin\Omega}{\sqrt{1 - (\cos\beta\cos i + \sin\beta\sin i\cos\Omega)^{2}}}$$

$$J_{i} = \frac{-\csc^{2}i\csc\Omega\sin\beta}{1 + \csc^{2}\Omega(\cos\beta\cos\Omega - \cot i\sin\beta)^{2}}$$

$$J_{P} = \frac{\cos\beta + \cot\Omega\csc\Omega(\cos\beta\cos\Omega - \cot i\sin\beta)^{2}}{1 + \csc^{2}\Omega(\cos\beta\cos\Omega - \cot i\sin\beta)^{2}}$$

$$L_{P} = \frac{-\csc\Omega(\cos i\cot\beta + \cos\Omega\sin i)}{1 + \csc^{2}\Omega(- \cos i\cos\Omega + \cot\beta\sin i)^{2}}$$

$$L_{P} = \frac{-(\cos i - \cot\Omega\csc\Omega(- \cos i\cos\Omega + \cot\beta\sin i)^{2})}{1 + \csc^{2}\Omega(- \cos i\cos\Omega + \cot\beta\sin i)^{2}}$$

$$(5)$$

可以看出, 坐标系旋转以后, 新坐标系下的轨 道根数摄动 β 和 \odot 受到 β 和 \odot 共同影响, \odot 则在摄 动量 \circ 的基础上吸收了 β 和 \odot 的影响。分析式(6) 和式(7) 可知, 当 $\Omega = 0$, $\beta^{\rightarrow}i$ 时 $J_{\circ}^{\rightarrow} - \infty$, L_{\circ}^{\rightarrow} - ∞ ; 当 $\beta = i$, $\Omega^{\rightarrow}0 \pm 0$ 时 $J_{i}^{\rightarrow} \pm \infty$, $L_{i}^{\rightarrow} \pm \infty$ 。

图 3 和图 4 给出了 *i*= 2(β= 2°, 2.1°, 5°, 10°, 30°)时 *K* i和 *K* ω随 Ω 的变化情况。可以看出 *K* i和 *K* ω的变化周期为 2π, *K* i的振幅为 1, *K* ω的振 幅为 sin *i*。





图 5 和图 6 给出了 *i* = 2[°] (^β= 2[°], 5[°], 10[°], 30[°])

147

其中 © 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net Ω变化而呈周期性变化, 周期为 2π。*J*^{*i*}的振幅因 β 的取值不同而不同, β 越接近于 *i*, 振幅越大, β 越大, 振幅越小, 逐渐逼近于接近 1 的小量; 当 β = 5° 时 *J*^{*i*} 的振幅约为 15, β= 30° 时振幅约为 2。 当 β= 2, Ω⁻¹ 0- 0 时, *J*^{*i*} - ∞, 这意味着轨道根 数 Ω α *i*^{*i*} 无法分离, 是为奇点。当 β 固定时, *J*^{*ω*} 的取值随 Ω 的变化, 对于不同 β 值, 振幅大小不 -, β(β> *i*) 越大, 振幅越小, 逐渐逼近 0。



图 5 $i= 2^{\circ}(\beta$ 取不同值) J_i 随 Ω 的变化





图 6 $i = 2^{\circ} (\beta$ 取不同值) J_{2} 随 Ω 的变化 Fig. 6 J_{2} as a function of Ω when $i = 2^{\circ}$

图 7 和图 8 给出了 $i = 2^{\circ}(\beta = 2^{\circ}, 5^{\circ}, 10^{\circ}, 30^{\circ})$ 时 $L_i 和 L_o 随 \Omega$ 的变化情况。容易发现图 6、图 8 与图 5、图 6 非常相似,图 8 似乎只是图 6 的图形 向下平移的结果,看起来确实是这样,主要是因为 差别非常微小,从图形上无法区分。 L_i 的振幅随 着 β 的增大,逐渐逼近 0。









图 9 和图 10 给出了 $i = 2^{\circ}(\Omega = 30^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}, 120^{\circ}, 150^{\circ} \text{ D}) J^{\circ} 和 L^{\circ} 随^{\beta}$ 的变化,可以看出对于 不同的 Ω 值, 当 $\beta \rightarrow i$ 时, $J^{\circ} \pi L^{\circ}$ 取得极值, 当 $\beta > i$ 时 $J^{\circ} \pi L^{\circ}$ 逐渐收敛到稳定的值。 $\beta > 0.3(\text{ rad})$ 时 $J^{\circ} \pi L^{\circ}$ 的绝对值都小于 5。







图 10 $i = \mathcal{2}(\Omega$ 取不同值) L_i 随 β 的变化 Fig. 10 L_i as a function of β when $i = \mathcal{2}$

由以上分析可以看出, 当*i* 固定时, β的值与*i* 比较接近且选择某一惯性系(Ω接近 0)时轨道倾 角*i* 的摄动*i*>将被放大并叠加到的 ፉ和 ፉ中(放 大系数为 *J*:和 *L*;), 从而导致 ፉ和 ፉ的取值范围 变大。随着选择的旋转轴(Ω)不同, 其放大倍数 可能达到十几倍, 甚至是成百上千倍。当 β 与 *i*

Fig. 7 L_i as a function of Ω when $i = 2^\circ$ © 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing Fockse, All 加加 Electronic Publishing Fockse, All 加加 Electronic Publishing Fockse, All 加加 Electronic Publishing Fockse, All Devices and All Publishing Fockse, All Devices and All Publishing Fockse, All Devices and All Publishing Fockse, 2, $\beta \ge 10^{\circ}$ 时, *J*:和*L*:都小于 10。对于 GEO 卫星, 由于轨道摄动因素,以及测控的策略不同,其实际 的轨道倾角并不是恒等于 0 的,一般可以认为轨 道倾角小于 $\pm 2^{\circ}$ 。因此为了避免坐标旋转后轨道 根数出现奇点($\beta = i$),同时尽可能地减小轨道倾 角的摄动量被其他轨道根数摄动吸收,建议实际 应用时将坐标旋转角设为一个较大的值。

5 GEO广播星历拟合实验与分析

为了分析选择不同惯性系参考系 (不同 X轴指向或不同旋转角)对 GEO 广播星历参数拟 合的影响,采用仿真的 GEO 轨道进行星历参数 拟合实验。仿真轨道倾角初值取为 1. \mathcal{P} ,生成卫 星轨道弧长为 12 d。考虑的力模型包括地球引力 场球谐项(15 阶),第三体引力(太阳、月球),太阳 辐射压、地球固体潮和海洋潮汐。取旋转角 β 等 于 3、5、10°、30°、55°和 80°,分别采用简化法(即 选择的惯性系 X 轴与为 TEO 时刻地固系 X 轴 重合)进行星历参数拟合实验,拟合弧段为4h,共 得到 286 组广播星历参数。

图 11 给出了 β 取不同值时, 广播星历参数 $\Delta n(dn)$ 、 @、 > 拟合结果序列, 单位为 $\pi \times 10^{-10}$ 。 可以看出随着 β 的增大, Δn 和 @ 的振幅逐渐减 小, 而 > 的振幅几乎没有变化。当 β 为 55°和 80° 时, @和 > 的振幅趋于一致, 而且似乎存在"共 振"现象。当 β 大于 30°时, Δn 振幅小于 10。

表 1 统计了取不同旋转角时 Δn 、 Q、 \geq 的取 值范围(最大值和最小值)。很明显随着 β 增大, Δn 和 Q。 的取值范围逐渐减小, 而 IDOT 几乎没 有变化。另外应该注意到式(4)中, J_i 和 L_i 前边 的符号相反, 所以表中 Δn 的 max 和 Qe 的 min 的 绝对值非常接近(β 较小的时候), 这说明此时 Δn 和 Qe 的拟合结果主要来自倾角摄动的贡献, 这一 现象与 4 节中分析结果是一致的。



Fig. 11 fitted series of Δn , \mathfrak{P}_{e} , \mathfrak{P}_{e} with respect to different rotation angular

表1 采用不同旋转角时 Δn, Ω, λ; 的i	最大值和最小值
--------------------------	---------

Tab. 1	max and min	value of $\triangle n$,	$\mathfrak{Q}_e, \mathfrak{k}_e$	with respe	ct to different	rotation angular
--------	-------------	--------------------------	----------------------------------	------------	-----------------	------------------

 $/\pi \times 10^{-10}$

					8		
в	Δn		Ω_e		D_e		
Р	min	max	min	max	min	max	
3	- 55.3167	134. 535	- 131.149	58.3263	- 2.386 60	3. 375 44	
5°	- 28.5029	56.1523	- 52.8776	31.6572	- 2.40067	3.37856	
10°	- 12. 139 5	24.3812	- 21.2419	15.6608	- 2.42155	3.404 96	
30°	- 1.3855	9.1796	- 6.4442	5.64394	- 2.41145	3. 487 99	
5 <i>5</i> °	1.404 0	5.9342	- 3.8048	3. 489 4	- 2.41817	3. 491 43	
80°	2.3583	4.4845	- 3.1128	2.9203	- 2.411 00	3. 392 26	

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

式(3) 表明, 坐标旋转不会对轨道长半轴和偏 心率产生影响, 故选择不同的旋转角不会使 \sqrt{A} 和e 拟合结果发生变化(忽略拟合误差), 拟合试 验也验证的这一点。试验还发现选择不同的旋转 角广播星历中其他参数拟合结果取值范围的变化 很小。

6 结论与建议

本文介绍了基于坐标变换的 GEO 卫星广播 星历拟合方法,推导了坐标变换前后卫星瞬时轨 道根数及其摄动量的解析关系式并从理论和实验 两个方面进行分析。分析结果表明:

(1) 采用简化法, 经坐标变换后得到的轨道 倾角不为常数, 而是随着选择的参考历元不同呈 周期性变化。

(2)选择不同的惯性参考系(不同旋转角或 不同的 X 轴指向)会导致轨道倾角摄动以不同的 放大倍数放大后被新坐标系的轨道升交点赤经摄 动和近地点幅角摄动吸收,这一放大倍数可能达 到几十倍、上百倍甚至出现奇点。这说明以 Kepler根数形式表示的轨道摄动不完全是动力学 因素引起的物理摄动,还反映了根数之间非正交 性产生的"数学"摄动。

(3) 仿真 GEO 轨道的星历拟合试验也表明: 拟合得到的 GEO 卫星星历参数 Δn 和 Q 的取值 范围随坐标旋转角的增大而减小,当旋转角大于 55°时, Δn 和 Q 的取值都远小于 10⁻¹⁰ π。

鉴于 GEO 卫星轨道的实际轨道倾角一般在 ±2°,为了避免坐标旋转后轨道根数出现奇点,同 时尽可能地减小轨道倾角摄动被其他轨道根数摄 动吸收,建议实际应用中坐标旋转的将旋转角设 在一个较大的值。

参考文献:

[1] HUANG Yong, HU Xiaogong, WANG Xiaoya, et al.

Precision Analysis of Broadcast Ephemeris for Medium and High Orbit Satellites [J]. Progress in Astronomy, 2006, 24(1):81-88.(黄勇, 胡小工, 王小亚, 等.中高轨卫星广 播星历精度分析 [J]. 天文学进展, 2006,24(1):81-88.)

- [2] CHEN Liucheng, TANG Bo. Impact of Coordinate Transformation on Fitting Accuracy of Kepler Broadcast Ephemeris [J]. Journal of Spacecraft TT&C T echnology, 2006, 25(4): 19-25. (陈刘成, 唐波. 参考系选择对 Kepler 广播星历参数 拟合精度的影响 [J]. 飞行器测控学报, 2006, 25(4): 19-25.)
- [3] PARKINSON B W. The NAVSTAR/Global Positioning System[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1983.
 (帕金森 B W. 导航星全球定位系统[M].北京:测绘出版 社, 1983.)
- [4] HAO Jinming. GPS Broadcast Ephemeris Fitting Using Station Observations [D]. Zhengzhou: Institute of Surveying and Mapping, 1989. (郝金明.利用地面测轨资料拟合 GPS 广播星历 [D]. 郑州:郑州测绘学院, 1989.)
- [5] CUI Xianqiang, JIAO Wenhai, JIA Xiaolin, et al. Comparisons of Two Kinds of GPS Broadcast Ephemeris Parameter Algorithms [J]. Chinese Journal of Space Science, 2006, 26(5): 382-387.(崔先强, 焦文海, 贾小林,等. 两种 GPS 广播星历参数算法的比较 [J]. 空间科学学报, 2006, 26 (5): 382-287.)
- [6] XIA Yifei, HUANG Tianyi. Spherical Astronomy [M]. Nanjing: Nanjing University Press, 1995.(夏一飞,黄天 衣.球面天文学[M].南京:南京大学出版社, 1995.)

(责任编辑:张燕燕)

收稿日期: 2011-01-30 修回日期: 2011-03-23 第一作者简介: 阮仁桂(1983-),男,硕士,助理工程师, 现从事 GNSS 数据处理研究。

First author: RUAN Rengui (1983—), male, master, assistant engineer, majors in GNSS date positioning.

E-mail: rrg2002me@163.com