

文章编号: 1001-1595(2010)02-0135-06

## 联合 Jason-1 与 GRACE 卫星数据研究全球海平面变化

蒋 涛<sup>1</sup>, 李建成<sup>1</sup>, 王正涛<sup>1,2</sup>, 金涛勇<sup>1</sup>, 陈 明<sup>3</sup>

1. 武汉大学 测绘学院, 湖北 武汉, 430079; 2. 中国测绘科学研究院, 北京 100039; 3. 国家基础地理信息中心, 北京, 100048

### Global Sea Level Variations from Combined Jason-1 and GRACE Data

JIANG Tao<sup>1</sup>, LI Jiancheng<sup>1</sup>, WANG Zhengtao<sup>1,2</sup>, JIN Taoyong<sup>1</sup>, CHEN Ming<sup>3</sup>

1. School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China; 2. Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100039, China; 3. National Geomatics Center of China, Beijing 100048, China

Abstract: Sea level variations are mostly caused by ocean mass variations and steric sea level variations. Seasonal variability of global mean sea level and its two components from September 2002 to April 2008 is investigated respectively from combined GRACE time variable gravity and Jason-1 satellite altimeter data. Mean sea level change from combined satellite observations is quite consistent with WOA05 results at annual amplitudes and phases. The secular trend of global mean sea level change and its two components is estimated, during over 6.5 a time scale, global mean sea level rises at a rate of  $+2.0 \pm 0.4$  mm/a, the respective contribution of ocean mass sea level and steric sea level is estimated to be  $+1.4 \pm 0.4$  mm/a and  $+0.5 \pm 0.3$  mm/a.

Key words: satellite altimetry; time variable gravity; sea level variations

摘 要: 海平面变化主要由海水质量变化和比容海平面变化组成。联合 GRACE 时变重力场与 Jason-1 卫星测高数据分别研究了全球平均海平面及其质量分量与比容分量的季节性变化(2002-09—2008-04), 联合两种卫星数据所得平均海平面变化在周年振幅和相位上与 WOA05 海洋模型结果具有一致性。估算出研究时间段内全球平均海平面变化及其两个主要分量的长期性趋势, 在超过 6.5 a 的时间尺度上, 全球平均海平面以  $+2.0 \pm 0.4$  mm/a 的速率上升, 其中海水质量变化分量的贡献为  $+1.4 \pm 0.4$  mm/a, 比容变化分量的贡献为  $+0.5 \pm 0.3$  mm/a。

关键词: 卫星测高; 时变重力场; 海平面变化

中图分类号: P229

文献标识码: A

基金项目: 国家自然科学基金(40637034, 40704004, 40804003)

## 1 引言

全球海平面高度变化包括两个主要分量, 其中由海水的温度和盐度变化导致的海水膨胀或紧缩, 称为比容海平面变化; 另外一种海平面变化分量与海水质量变化有关, 由海洋、陆地和大气之间的水交换引起, 主要包括冰川、极地冰盖、陆地水储量(土壤水分、雪和地下水)以及大气水蒸气的变化。冰期后回弹(post-glacial rebound)或冰期均衡调整(glacial isostatic adjustment)等地球动力学过程在较长时间尺度上改变海洋盆地体积, 会导致全球平均海平面的长期性变化。

卫星测高能够精确量测总的海平面高度变化, 于 2002 年 3 月发射成功的 GRACE 重力卫星(gravity recovery and climate experiment)使海水质量变化的单独测定成为可能。联合卫星测高数据进而得到比容海平面变化, 可实现全球海平面变化两

个主要分量的有效分离。基于 Wahr 的理论<sup>[1]</sup>, Jayne 等利用海底压强数据和水文模型来模拟 GRACE 数据并联合卫星测高数据估算了比容海平面变化<sup>[2]</sup>; Chen 等结合卫星测高资料、GRACE 数据、海洋模型和陆地水文模型研究全球季节性平均海平面变化<sup>[3]</sup>; Chambers 等、Lombard 等分别联合卫星测高与 GRACE 卫星重力数据对全球海水质量变化或比容海平面变化进行研究<sup>[4-6]</sup>。

由于 GRACE 数据跨越时间段有限等原因, 以往研究大多仅针对全球海平面的季节性变化, 而没有分离出全球海水质量变化和比容海平面变化的长期性趋势, 且主要采用旧版本 GRACE 数据(RL01 或 RL02)。本文联合 Jason-1 测高数据与 RL04 版本的 GRACE 数据, 结合 GRACE 数据后处理滤波技术的最新研究进展, 从全球总海平面变化中分离出海水质量变化与比容变化两个主要分量, 并结合 WOA05(world ocean atlas, 2005)海洋模

型<sup>[78]</sup>对卫星观测结果进行比较检核, 研究分析了海平面变化的季节性特征并提取出其长期性趋势。

## 2 基本原理

卫星测高量测的全球海平面变化主要由海水质量变化与比容海平面变化两个分量构成

$$ASL(\theta, \lambda, t) = ESL(\theta, \lambda, t) + SSL(\theta, \lambda, t) \quad (1)$$

式中,  $ASL$  为卫星测高所得总海平面变化;  $ESL$  为海水质量变化;  $SSL$  为比容海平面变化。

海水质量变化(以等效水高表示)由 GRACE 时变重力场系数计算得到<sup>[1]</sup>

$$ESL(\theta, \lambda, t) = \frac{2\pi a \rho_{\text{ave}}}{3\rho_w} \sum_{l=0}^{\max} \sum_{m=0}^l (\Delta C_{lm}(t) \cos m\lambda + \Delta S_{lm}(t) \sin m\lambda) P_{lm}(\cos \theta) \frac{2l+1}{1+k} W_l \quad (2)$$

式中,  $\theta$  是地心余纬度;  $\lambda$  是地心经度;  $a$  是平均地球半径;  $\Delta C_{lm}$ ,  $\Delta S_{lm}$  是球谐系数变化量;  $P_{lm}(\cos \theta)$  是完全正则化缔合勒让德函数;  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$  为淡水密度;  $\rho_{\text{ave}}$  为地球平均密度, 其值为  $5517 \text{ kg/m}^3$ ;  $k$  为  $l$  阶负荷勒夫数<sup>[1]</sup>;  $W_l$  为空间平均函数。

海水温度、盐度的变化会导致海水密度变化, 比容海平面变化可沿海水柱体对海水密度变化求积分得到<sup>[3]</sup>

$$SSL(\theta, \lambda, t) = - \frac{1}{\rho_0} \int_h^0 \Delta \rho dz \quad (3)$$

式中,  $\rho_0 = 1028 \text{ kg/m}^3$  是海水的平均密度;  $\Delta \rho$  是海水密度变化, 是温度( $T$ )、盐度( $S$ )和压强( $P$ )的函数, 积分区间是从海底到海面( $h=0$ ),  $T$  和  $S$  来自于海洋模型,  $P$  由每一层海水的深度计算。

## 3 数据处理

### 3.1 GRACE 时变重力场数据

本文选取美国得克萨斯大学空间研究中心(UTCSR)发布的 Lev et 2 RL04 版本 GRACE 时变重力场系数, 时间跨度为 2002-09—2008-04 (2003年6月数据缺失) 共计 67 个月的数据, 最大阶数 60 阶。从 GRACE 月重力场系数中扣除 67 个月的平均重力场, 得到每个月的球谐系数变化量。GRACE 重力场 1 阶项球谐系数为零, 不包含引起地球质心位置变化的海水质量变化, 为保持与测高数据相一致, 根据地球质心改正模型<sup>[9]</sup>计算 1 阶项球谐系数变化量  $\Delta C_{10}$ 、 $\Delta C_{11}$ 、 $\Delta S_{11}$ , 并采用卫星激光测距(SLR)所得  $\Delta C_{20}$  系

数<sup>[10]</sup>替换质量较差的 GRACE 系数变化量  $\Delta C_{20}$ 。GRACE 求解重力场时通过建立大气海洋非混淆模型(AOD)移除了正压海洋模型和大气质量的时变效应, 利用 GRACE 重力场系数反演海水质量变化需恢复 AOD 模型影响。Swenson 等发现 GRACE 球谐系数高次项中存在与阶数有关的系统相关误差<sup>[11]</sup>。本文采用相关误差滤波降低该误差影响。其基本思想是: 保持阶次较低的  $9 \times 9$  部分系数不变, 认为这部分系数不含系统相关误差, 采用 6 阶多项式对剩余的每个次数( $m > 9$ )的系数分别按奇数阶和偶数阶进行拟合, 将拟合值视为相关误差从位系数中加以扣除。由于 GRACE 高阶项位系数误差远大于预期的时变重力信号, 信噪比很低, 在式(2)中引入高斯核函数进行空间平滑以降低重力场短波误差<sup>[1]</sup>, 平滑半径选取 500 km, 计算出各月的  $1^\circ \times 1^\circ$  海水质量异常格网。

### 3.2 Jason-1 卫星测高数据

Jason-1 卫星测高数据选取 NASA 和 CNES 联合发布的 21 周期至 232 周期共计 66 个月的 'b' 版本 GDR 数据, 时间跨度为 2002-09—2008-04 (2006年10月、11月数据缺失)。首先对测高数据施加常规的地球物理改正和大气改正, 包括海潮改正, 海况偏差改正, 固体潮改正, 极潮改正, 对流层干分量改正, 对流层湿分量改正(ECMWF 模型), 双频电离层改正, 以及逆气压改正。再采用共线法内插出每个月的沿轨海面高, 从中扣除 66 个月的平均海平面, 得到各月的沿轨海面异常, 随后将其格网化形成  $1^\circ \times 1^\circ$  海面异常格网。GRACE 反演的海水质量异常来自于最大阶数为 60 阶的重力场系数变化量, 并且采取了 500 km 的空间平滑处理, 分辨率与 Jason-1 所得海面异常不一致, 为了平滑海面异常以实现两种卫星数据的融合处理, 降低 Jason-1 海面异常中的高频噪声, 将海面异常格网按式(4)展开成球谐系数<sup>[12]</sup>, 最大阶数为 60 阶, 然后对所得系数  $\Delta C_{lm}$ ,  $\Delta S_{lm}$  进行球谐综合并采用与 GRACE 处理相同的空间平滑函数, 求得平滑后与 GRACE 结果相匹配的  $1^\circ \times 1^\circ$  海面异常格网。

$$\begin{aligned} \Delta C_{lm}(t) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\sigma SLA(\theta, \lambda, t) P_{lm}(\cos \theta) \cos m\lambda d\sigma \\ \Delta S_{lm}(t) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\sigma SLA(\theta, \lambda, t) P_{lm}(\cos \theta) \sin m\lambda d\sigma \end{aligned} \quad (4)$$

### 3.3 WOA05 海洋模型数据

WOA05 海洋模型是由美国海洋数据中心 (NODC) 发布的海洋客观分析气候性数据集<sup>[7-8]</sup>, 包含海洋现场温度、盐度等海洋学参数, 其中  $1^\circ \times 1^\circ$  温度和盐度数据时间分辨率为 1 个月, 是多年平均的结果, 反映的是平均气候性海水温度和盐度变化, 不包含年际变化, 垂直分为 24 层, 深度为 0~1500 m。依据式(3), 本文利用 WOA05 海洋现场温度和盐度数据计算了海面到 1500 m 深度(共计 24 层)的温度和盐度变化引起的比容海平面变化, 得到一年 12 个月份空间分辨率  $1^\circ \times 1^\circ$  的比容海平面变化格网, 为定量评价联合 Jason-1 与 GRACE 卫星数据所得海平面变化结果提供了海洋现场数据检核。

## 4 结果与分析

### 4.1 海水质量变化

将上述海水质量异常格网按  $\cos(90^\circ - \theta)$  定权求得  $\pm 66^\circ$  范围由海水质量变化引起的全球平均海平面变化, 卫星测高观测的海平面变化是海水质量变化与比容海平面变化之和, 本文从 Jason-1 海平面变化中扣除 WOA05 比容海平面变化对 GRACE 反演海水质量变化进行比较检核。图 1 分别给出了由 GRACE 数据计算的全球平均海平面变化(圆圈曲线)和对卫星测高进行比容改正的结果(矩形曲线), 为反映出海平面变化季节性特征, 已采用最小二乘拟合移除了长期性趋势。结果显示, GRACE 反演的海水质量变化能明显地反映出陆地、海洋和大气之间水循环的季节性变化特征, 一般每年的 2 月中旬海水质量处于最小值, 8 月份由于陆地冰川积雪融化及降雨量增大等原因海水储量最为丰富。两种方法计算的全球平均海平面变化质量分量在周年振幅和相位上具有很好的一致性(表 1), 采用  $A\cos(\omega t - \theta)$  谐波形式(初相是 1 月 1 日)对海平面变化时间序列进行最小二乘拟合, 计算出 GRACE 海平面变化的周年振幅是 7.8 mm, 相位为  $258^\circ$ , 与经 WOA05 比容改正后的 Jason-1 海平面变化的周年振幅 7.7 mm 非常接近, 相位差为  $30^\circ$ , 考虑到 WOA05 海洋模型是不包含年际变化的平均气候性海洋资料且时间尺度与卫星资料存在差异, 1 个月时间的偏差属合理范围。

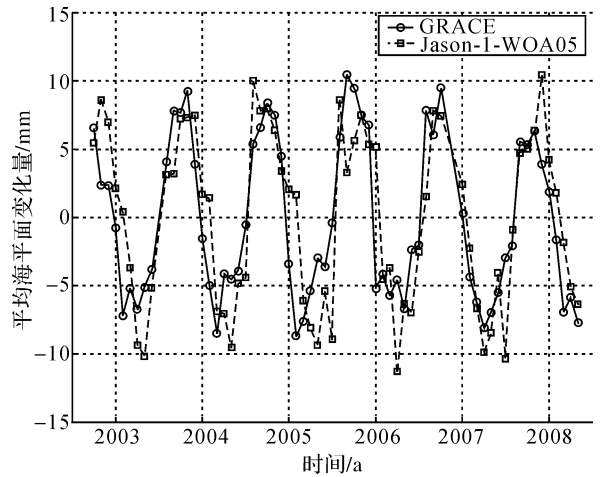


图 1 海水质量变化引起的全球平均海平面变化

Fig. 1 Global mean sea level change caused by ocean mass variations

表 1 全球平均海水质量变化的周年振幅和相位

Tab. 1 Annual amplitudes and phases of global mean ocean mass variations

| 数据源           | 周年振幅/mm | 周年相位/ $^\circ$ |
|---------------|---------|----------------|
| GRACE         | 7.8     | 258            |
| Jason-1-WOA05 | 7.7     | 288            |

### 4.2 比容海平面变化

根据式(1), 相同月份相同格网点处在平滑后的 Jason-1 海面异常与 GRACE 海水质量异常间作差计算比容海平面变化, 同样按  $\cos(90^\circ - \theta)$  定权求得  $\pm 66^\circ$  范围的全球平均变化量。图 2 中的红色圆圈曲线是联合 Jason-1 与 GRACE 数据求得的全球平均比容海平面变化时间序列, 长期性趋势已被移除, 同时也绘制了 WOA05 海洋模型所得比容海平面变化序列以进行比较。由图可知, 联合两种卫星资料计算的比容海平面呈季节性规律变化, 一般在 2 月上旬达到最大值, 8 月上旬处于最小值, 较完整的反映出海洋热量迁移和海洋与大气之间热交换的季节特征。同 WOA05 海洋模型结果相比, 两者总体趋势符合较好, 特别是 2002-09—2005-02 和 2006-08—2008-04 期间符合相当一致, 而 2005-08—2006-07 期间卫星观测结果表现出较强的年际变化信号, 与 WOA05 结果存在一定差异。同样按上述方法计算出比容海平面变化序列的周年振幅和相位(表 2), 联合 Jason-1 与 GRACE 数据所得海平面比容变化的周年振幅为 6.1 mm, 相位为  $67^\circ$ , 与 WOA05 结果(5.1 mm,  $97^\circ$ ) 在振幅上非常吻合, 相位则相差  $30^\circ$ 。

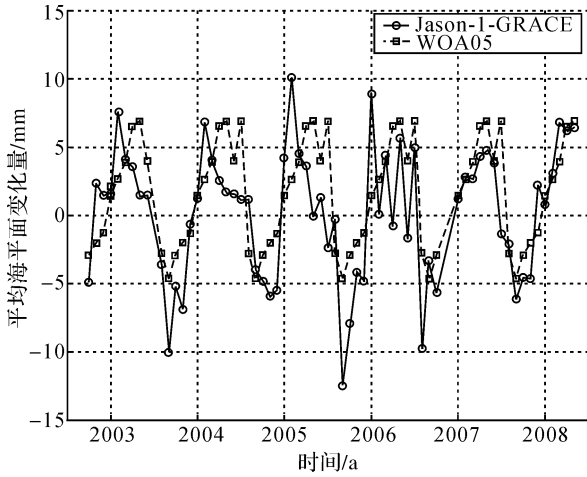


图2 全球平均比容海平面变化

Fig. 2 Global mean steric sea level variations

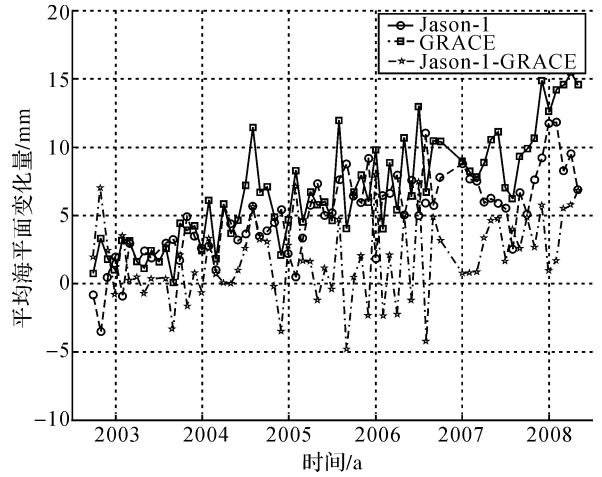


图3 全球平均海平面变化长期性趋势

Fig. 3 The secular trend of global mean sea level change

表2 全球平均比容海平面变化的周年振幅和相位

Tab. 2 Annual amplitudes and phases of global mean steric sea level variations

| 数据源           | 周年振幅/mm | 周年相位/(°) |
|---------------|---------|----------|
| Jason-1-GRACE | 6.1     | 67       |
| WOA05         | 5.1     | 97       |

表3 全球平均海平面变化长期性趋势

Tab. 3 The secular trend of global mean sea level change

| 数据源   | 长期性趋势<br>mm/a  |
|---|----------------|
| 总海平面变化 (Jason-1, ±66°, 2002-09—2008-04)         | + 2.0 ± 0.4    |
| 质量变化分量 (GRACE, ±66°, 2002-09—2008-04)           | + 1.4 ± 0.4    |
| 陆地水的贡献 <sup>[15]</sup> (2003—2006)              | + 0.19 ± 0.06  |
| 陆地雪山的贡献 <sup>[16]</sup> (2006)                  | + 1.1 ± 0.24   |
| 极地冰盖的贡献 <sup>[17-19]</sup> (2003—2006)          | + 0.34~ + 0.72 |
| 各项贡献源总和 (质量变化分量)                                | + 1.6~ + 2.0   |
| 比容变化分量 (Jason-1-GRACE, ±66°, 2002-09—2008-04)   | + 0.5 ± 0.3    |
| 比容变化分量 <sup>[20]</sup> (Argo 海洋浮标资料, 2004—2007) | + 0.37 ± 0.1   |

### 4.3 海平面变化长期性趋势

研究海平面变化长期性趋势时冰期均衡调整 (GIA) 不容忽视, GIA 在长时间尺度上使海洋盆地体积增大, 相对造成全球平均海平面以大约 - 0.3 mm/a 的速率下降<sup>[13]</sup>, 为反映全球气候变化对海平面的影响, 需对 Jason-1 量测的海平面变化施加 GIA 改正扣除该线性趋势影响。海洋区域的 GIA 信号还会对海洋重力场产生影响, 利用 GRACE 时变重力场信息反演海水质量变化同样应进行 GIA 改正, Lombard 等采用由 ICE-5G 模型计算的海洋范围 GIA 改正值约 + 1.7 mm/a 对 GRACE 观测结果进行改正<sup>[6]</sup>, 顾及地球自转效应的影响, Peltier 建议将 GIA 改正值修正为 + 2.0 mm/a<sup>[14]</sup>, 本文选定 + 2.0 mm/a 对 GRACE 反演海水质量变化结果进行 GIA 改正。图 3 是分别由 Jason-1、GRACE 和两者联合得到的全球平均海平面变化及其质量变化分量、比容变化分量的长期性趋势, 已采用最小二乘拟合移除了周年、半年变化信号, 仅保留了年际变化。2002-09—2008-04 期间, 全球平均海平面以 + 2.0 ± 0.4 mm/a 的速率上升, 其中海水质量变化分量的贡献为 + 1.4 ± 0.4 mm/a, 比容变化分量的贡献为 + 0.5 ± 0.3 mm/a (表 3)。

因海水质量增加造成的海平面上升主要来源于陆地水储量与陆地冰雪融化的贡献, 陆地冰雪消融又主要包括陆地雪山融化、南极和格陵兰岛冰盖消融三部分。Ramillien 等基于 GRACE 时变重力场数据估计出 2003—2006 年间陆地水储量对海平面上升的贡献为 + 0.19 ± 0.06 mm/a<sup>[15]</sup>, Meier 等研究表明 2006 年陆地雪山融化的贡献达 + 1.1 ± 0.24 mm/a<sup>[16]</sup>。综合各项研究成果<sup>[17-19]</sup>, 2003—2006 年期间南极大陆冰盖消融对海平面变化的贡献约为 + 0.11~ + 0.36 mm/a, 格陵兰岛冰盖贡献约为 + 0.23~ + 0.36 mm/a, 各项贡献量总和约为 + 1.6~ + 2.0 mm/a。考虑到各项贡献估算的误差及不确定性和时间段不完全重合等因素, 本文给出的海平面上升速率 (质量分量) + 1.4 ± 0.4 mm/a 与各项贡献源的总和是

吻合的。

对于比容海平面长期性变化, Cazenave 等利用 Argo 海洋浮标实测的温度和盐度数据(900 m 以上)计算得到 2004—2007 年期间比容海平面变化速率为  $+0.37 \pm 0.1 \text{ mm/a}^{[20]}$ , 本文联合 Jason-1 与 GRACE 卫星数据估算出 2002-09—2008-04 间比容海平面变化速率为  $+0.5 \pm 0.3 \text{ mm/a}$ , 两种独立观测手段所得比容海平面变化长期性趋势具有一致性。

## 5 结 论

联合处理 Jason-1 卫星测高与 GRACE 时变重力场数据, 时间跨度为 2002-09—2008-04, 实现了海平面质量变化分量与比容变化分量的有效分离, 研究了各分量引起的全球平均海平面季节性变化与长期性变化趋势。

结果表明, GRACE 反演的海水质量变化能明显地反映出陆地、海洋和大气之间水循环的季节性变化特征, 其周年振幅为 7.8 mm, 相位为  $258^\circ$ , Jason-1 卫星测高扣除 WOA05 比容分量所得海水质量变化周年振幅为 7.7 mm, 相位为  $288^\circ$ , 两者具有一致性; 联合两种卫星观测资料计算的比容海平面呈季节性规律变化, 较完整的反映出海洋热量迁移和海洋与大气之间热交换的季节特征, 其周年振幅和相位分别为 6.1 mm 和  $67^\circ$ , 与 WOA05 海洋模型结果(5.1 mm,  $97^\circ$ )相吻合。

引入 GIA 改正估算了研究时间段内全球平均海平面及其质量分量、比容分量的长期性变化趋势, 全球平均海平面的上升速率为  $+2.0 \pm 0.4 \text{ mm/a}$ , 其中海水质量变化的贡献为  $+1.4 \pm 0.4 \text{ mm/a}$ , 与其他学者采用多种观测手段所估计的陆地水储量和陆地冰雪融化等贡献源之和( $+1.6 \sim +2.0 \text{ mm/a}$ )相一致; 比容海平面变化的贡献为  $+0.5 \pm 0.3 \text{ mm/a}$ , 与 Argo 海洋浮标资料所得比容海平面变化长期性趋势( $+0.37 \pm 0.1 \text{ mm/a}$ )具有一致性。

随着 GRACE 卫星数据质量与空间分辨率的提高, 利用 GRACE 时变重力场资料观测全球海水质量变化具有巨大潜力。2008 年 6 月 Jason-2 测高卫星成功发射, 其设计运行寿命为 5 年, GRACE 卫星重力计划已被批准延期至 2010 年结束, 联合 Jason 系列测高卫星与 GRACE 卫星有望在至少 8 年的时间尺度上实现全球海平面及

其质量分量和比容分量的连续观测, 对研究陆地雪山冰川消融、极地冰盖质量平衡、陆地水储量变化与全球海平面变化之间的关系, 以及海平面变化与气候变化的关系具有重要科学意义。

## 参考文献:

- [1] WAHR J, MOLENAAR M, BRYAN F. Time-variability of the Earth's Gravity Field: Hydrological and Oceanic Effects and Their Possible Detection Using GRACE[J]. *J Geophys Res*, 1998, 103(B12): 30205-30230.
- [2] JAYNES R, WAHR J, BRYAN F. Observing Ocean Heat Content Using Satellite Gravity and Altimetry[J]. *J Geophys Res*, 2003, 108(C2): 3031.
- [3] CHEN J L, WILSON C R, TAPLEY B D, et al. Seasonal Global Mean Sea Level Change from Satellite Altimeter, GRACE, and Geophysical Models[J]. *J Geod*, 2005, 79: 532-539.
- [4] CHAMBERS D P, WAHR J, NEREM R S. Preliminary Observations of Global Ocean Mass Variations with GRACE[J]. *Geophysical Research Letters*, 2004, 31: 13310-13313.
- [5] CHAMBERS D P. Observing Seasonal Steric Sea Level Variations with GRACE and Satellite Altimetry[J]. *J Geophys Res*, 2006, 111: 3010-3022.
- [6] LOMBARD A, GARCIA D, RAMILLIEN G. Estimation of Steric Sea Level Variations from Combined GRACE and Jason-1 Data[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2007, 254: 194-202.
- [7] ANTONOV J I, LOCARNINI R A, BOYER T P, et al. World Ocean Atlas 2005: 2, Salinity [C] // NOAA Atlas NESDIS 62. Washington: U S Government Printing Office, 2006: 182.
- [8] LOCARNINI R A, MISHONOV A V, ANTONOV J I, et al. World Ocean Atlas 2005, Volume 1: Temperature[M] // LEVITUS S. NOAA Atlas NESDIS 61. Washington D C: U S Government Printing Office, 2006: 182.
- [9] SWENSON S, CHAMBERS D, WAHR J. Estimating Geocenter Variations from a Combination of GRACE and Ocean Model Output[J]. *J Geophys Res*, 2008, 113: 8410-8421.
- [10] CHENG M, TAPLEY B D. Variations in the Earth's Oblateness during the Past 28 Years[J]. *J Geophys Res*, 2004, 109: 9402-9411.
- [11] SWENSON S, WAHR J. Post-processing Removal of Correlated Errors in GRACE Data[J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33: 8402-8405.
- [12] COLOMBO O L. Numerical Methods for Harmonic Analysis on the Sphere[R]. Columbus: Department of Geodetic Science Report No.310, The Ohio State University, 1981.
- [13] PELTIER W R. Global Glacial Isostasy and the Surface of the Ice-age Earth: the ICE-5G (VM2) Model and GRACE

- [J]. *Annu Rev Earth Planet Sci*, 2004, 32: 111-149.
- [14] PELTIER W R, . Closure of the Budget of Global Sea Level Rise over the GRACE Era: The Importance and Magnitudes of the Required Corrections for Global Glacial Isostatic Adjustment[J]. *Quaternary Science Reviews*, 2009, 28(17-18): 1658-1674.
- [15] RAMILLIEN G, BOUHOURS S, LOMBARD A, et al. Land Water Storage Contribution to Sea Level from GRACE Geoid Data over 2003—2006[J]. *Global and Planetary Change*, 2008, 60: 381-392.
- [16] MEIER M F, DYURGEROV M B, RICK U K, et al. Glaciers Dominate Eustatic Sea-level Rise in the 21st Century[J]. *Science*, 2007, 317(5841): 1064-1067.
- [17] RAMILLIEN G, LOMBARD A, CAZENAVE A, et al. Interannual Variations of the Mass Balance of the Antarctica and Greenland Ice Sheets from GRACE[J]. *Global and Planetary Change*, 2006, 53(3): 198-208.
- [18] VELICOGNA I, WAHR J. Greenland Mass Balance from GRACE[J]. *Geophysical Research Letters*, 2005, 32: 18505-18512.
- [19] CHEN J L, WILSON C R, TAPLEY B D, et al. Antarctic Regional Ice Loss Rates from GRACE[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2008, 266: 140-148.
- [20] CAZENAVE A, DOMINH K, GUINEHUT S, et al. Sea Level Budget over 2003—2008: A Reevaluation from GRACE Space Gravimetry, Satellite Altimetry and Argo[J]. *Global and Planetary Change*, 2009, 65(1-2): 83-88.

(责任编辑:丛树平)

收稿日期: 2009-03-04

修回日期: 2009-09-28

第一作者简介: 蒋涛(1984—), 男, 博士生, 研究方向为卫星大地测量。

First author: JIANG Tao (1984—), male, PhD candidate, majors in satellite geodesy.

E-mail: jiangtao\_8734@163.com

## 科技论文数学公式中字体的用法

### 1 斜体

(1) 量符号:  $T$ (温度),  $p$ (压力),  $V$ (体积),  $v$ (速度),  $a$ (加速度),  $m$ (质量), ……

(2) 变数、变动的附标及函数:  $x, y$ ;  $F_i$  中的  $i$ ; 函数  $f, g$ ; ……

(3) 在特殊场合视为常数的参数:  $a, b, c$ , ……

(4) 特征数符号:  $Eu$ (欧拉数),  $Ma$ (马赫数),  $Re$ (雷诺数),  $Ra$ (瑞利数),  $Nu$ (努塞尔数),  $F$ (傅里叶数),  $Pr$ (普朗特数),  $We$ (韦伯数), ……

(5) 矩阵、矢量和张量符号用黑斜体: 矩阵  $A$ , 单位矩阵  $E$ ; 矢量  $a$ , 单位矢量  $i, j, k$ ; 二阶张量  $T$ ; ……

(6) 矩阵元素用白斜体:  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ , ……

### 2 正体

(1) 有固定定义的函数:  $\sin, \cos$ (三角函数);  $\operatorname{arccot}, \operatorname{arsch}$ (反三角函数);  $\exp$ (指数函数)  $\lg, \ln$ (对数函数);  $\operatorname{tanh}, \operatorname{csch}$ (双曲函数); ……

(2) 特殊函数: 勒让德多项式  $P_l(x)$ , 贝塔函数  $B(x, y)$ , 误差函数  $\operatorname{erf} x$ , ……

(3) 特殊算子符号:  $\operatorname{div}$ (散度),  $\operatorname{grad}$ (梯度),  $\operatorname{rot}$ (旋度),  $\nabla^2$ (拉普拉斯算子), ……

(4) 运算符号:  $\Sigma$ (加和),  $\otimes$ (连乘),  $\int$ (积分),  $d$ (微分),  $\partial$ (偏微分),  $\delta$ (变分), ……

(5) 真值不变的常数符号:  $e = 2.718\ 281\ 8\ \dots\dots$ ,  $\pi = 3.141\ 592\ 6\ \dots\dots$ ,  $i(i^2 = -1)$ , ……

(6) 特定意义的缩写字:  $\max, \min, \inf$ (下确界),  $\operatorname{def}$ (按定义等于),  $\operatorname{Re}$ (实部),  $\operatorname{Im}$ (虚部),  $T$ (转置符号),  $\operatorname{const}$ (常数), ……

(7) 特殊的集合符号用黑正体,  $\mathbf{N}$ (自然数集),  $\mathbf{Z}$ (整数集),  $\mathbf{Q}$ (有理数集),  $\mathbf{R}$ (实数集),  $\mathbf{C}$ (复数集), ……

(8) 通常的下标字母:  $E_p$ (势能),  $M_r$ (相对分子量), ……