

文章编号: 1004-1595(2005 01-0024-06

中图分类号: P207

文献标识码: A

# 基于判断矩阵的观测量粗差发现和定位相关性分析

岑敏仪<sup>1,2</sup>, 顾利亚<sup>1</sup>, 李志林<sup>2</sup>, 晓利<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学 土木工程学院 地理信息工程中心, 四川 成都 610031; 2. 香港理工大学 土地测量与地理资讯学系, 香港 九龙)

## Judgement Matrix Based Correlation Analysis of Detectable and Locatable Gross Errors in Observations

CEN Min-yi<sup>1,2</sup>, GU Li-ya<sup>1</sup>, LI Zhi-lin<sup>2</sup>, DING Xiaoli<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Dept. of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong, China)

**Abstract:** The Boolean matrix is used to analyze the judgement matrix in this paper. The number of interaction observations in detecting and locating gross errors, the maximum number of detectable gross errors in the observations, and the maximum number of locatable gross errors in the observations in a surveying system are formulated. The test indicates that the current methods of detecting gross errors, i.e. iteration data snooping and iteration method with variable weights, can't wholly correctly locate the gross errors if the gross errors arise simultaneously and observations are interaction for locating gross errors. The solutions of the experiments verify the effectiveness and superiority of which the judgement matrix and the Boolean matrix are used to analyze the correlation of multiple detectable and locatable gross errors.

**Key words:** gross error detection; gross error location; judgement matrix; Boolean matrix

**摘要:** 用布尔矩阵分析、研究判断矩阵, 得到观测量粗差发现和定位的相关数以及测量系统的最大可发现粗差和定位粗差数的计算公式。试验证明, 当粗差发现和定位相互影响的观测量同时含有粗差时, 现行的迭代数据探测法和选权迭代法不可能完全正确定位粗差。通过算例验证了使用布尔矩阵和判断矩阵分析多维粗差发现和定位相关性的有效性和优越性。

**关键词:** 粗差发现; 粗差定位; 判断矩阵; 布尔矩阵

## 1 前言

如果观测量没有粗差发现能力, 即使是粗差非常巨大, 采用非常有效的粗差探测手段, 也无法发现粗差; 如果观测量仅有粗差发现能力而没有

粗差定位能力, 则任何粗差探测方法也只能发现粗差, 不能正确定位粗差。李德仁院士使用简单例子(前方交会<sup>[1]</sup>)通俗形象地解释了粗差发现和粗差定位的概念。一个测量系统中, 观测量的粗差能否被发现和定位, 与观测量在测量系统中

收稿日期: 2004-02-10; 修回日期: 2004-06-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40271092); 香港特别行政区研究基金委员会部分资助项目(香港理工大学 5068/99E)  
作者简介: 岑敏仪(1960-), 男, 广东顺德人, 博士, 教授, 博导, 主要从事误差估计理论、测量数据处理和精密工程测量等研究。

的作用(如方向交会 以及观测量相互之间的数据结构关系(如交会点的几何图形 有关。这个数据结构关系是由测量系统本身所决定的。换句话说, 可以通过研究测量系统的数据结构分析观测量粗差的发现和定位能力。文献[2] 引入粗差判断方程(GEJE), 建立了观测量的线性函数关系, 并通过分析函数的系数矩阵  $J$ (判断矩阵, 来判断观测量粗差的发现和定位能力, 由此得出了观测量粗差不能发现以及粗差能发现但不能定位的判断准则。它的理论证明和实验验证表明, GEJE 能方便地在控制网中分析每一个观测量的粗差发现和定位能力, 而且得出了仅能发现粗差但不能定位粗差的观测量, 即使是最优秀的粗差探测方法, 正确定位粗差的概率也不会大于 50% 的重要结论。

粗差判断方程的研究, 不仅使分析粗差发现和定位能力的理论依据由最初的简单几何图形改进成数据结构简单清晰的  $J$  矩阵, 而且进一步表明了每一个观测量粗差的发现和定位能力与测量系统的数据结构关系密切。能否通过分析  $J$  矩阵来研究观测量之间的粗差发现和定位的相互影响关系(本文简称相关性), 探讨多维粗差探测的理论和方法, 自然是人们迫切需要研究的问题。本文首先引入布尔矩阵, 分析判断矩阵的数据结构特点, 然后根据文献[2] 的定理和推理, 推导出观测量粗差发现和定位的相关数、测量系统的最大可发现粗差数和最大可定位粗差数的计算公式, 最后通过算例验证了粗差发现和定位相关的观测量, 现行优秀的粗差探测方法并不能完全正确定位它们的粗差, 因而得出在多维粗差探测中, 若没有进行观测量的粗差发现和定位相关性分析, 粗差探测的结果将会变得极不可靠的重要结论。

## 2 判断矩阵与布尔矩阵

从平差模型可导出粗差判断方程(GEJE)<sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{Lr} = \mathbf{J} \mathbf{Lt} + \mathbf{Wr} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{Lr}$  为  $r$  维多余观测量向量,  $\mathbf{Lt}$  为  $t$  维必要观测量向量,  $\mathbf{J}$  为判断矩阵,  $\mathbf{Wr}$  为  $r$  维粗差判断方程闭合差向量。

若  $J$  矩阵为分块对角阵, 则有

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Lr}_1 \\ \mathbf{Lr}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Lr}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{Lt}_1 \\ \mathbf{J}_2 & \mathbf{Lt}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_m & \mathbf{Lt}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{Wr}_1 \\ \mathbf{Wr}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Wr}_m \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中,  $m$  为非零子块数,  $t_i$  和  $r_i$  分别为第  $i$  个非零子块阵  $\mathbf{J}_i$  的列维数和行维数。

引入布尔代数<sup>[3]</sup> 理论, 用布尔矩阵  $J'$  表示  $J$  矩阵, 则式(1)中  $J$  矩阵的零元素对应  $J'$  矩阵的元素为 0,  $J$  矩阵的非零元素对应  $J'$  矩阵的元素为 1, 故  $J'$  矩阵中第  $j$  列向量  $J'_{\cdot j}$  的非零元素之和  $\eta_j$  为

$$\eta_j = \sum_{i=1}^r J'_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, t \quad (3)$$

式(2)的分块布尔矩阵分别为  $J'_1, J'_2, \dots, J'_m$ , 故第  $k$  块布尔矩阵  $J'_k$  中第  $j$  列向量  $J'_{kj}$  的非零元素之和  $\eta_{kj}$  为

$$\eta_{1j} = \sum_{i=1}^{r_1} J'_{1ij}, \quad \eta_{2j} = \sum_{i=1}^{r_2} J'_{2ij}, \dots, \quad \eta_{mj} = \sum_{i=1}^{r_m} J'_{mij} \\ j = 1, 2, \dots, t_k; \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

上两式中  $J'_{ij}$  (或  $J'_{mij}$ ) 为  $J'$  (或  $J'_m$ ) 中第  $i$  行  $j$  列元素。

根据文献[2] 的判断准则, 可得:

1.  $\eta_j = 0$ , 必要观测量  $Lt_j$  不能发现粗差;
2.  $\eta_j = 1$ , 必要观测量  $Lt_j$  能发现粗差, 但不能定位粗差。

若把  $\eta_j$  看作是必要观测量  $Lt_j$  的多余观测条件数, 则不难理解没有多余观测, 肯定不能发现粗差, 仅有一个多余观测条件, 自然只能发现粗差, 不能定位粗差。

## 3 相关数与最大发现和定位粗差数

依据上述分析, 可知:

若  $\eta_j = k$ , 必要观测量  $Lt_j$  的多余观测条件数为  $k$ 。考察  $J'_j$  有

$$J'_{ij} = 1, \quad i \in k \quad (5)$$

即多余观测量  $Lr_i (i \in k)$  与必要观测量  $Lt_j$  共( $k+1$ ) 个观测量构成的  $k$  个条件方程, 当  $\eta_j = k \geq 2$  时, 多余观测量  $Lr_i$  和必要观测量  $Lt_j$  才具有粗差定位能力。因此, 在  $\eta_j$  个多余观测量  $Lr_i$  与 1 个必要观测量  $Lt_j$  构成的  $\eta_j$  个条件方程中, 最大可以发现  $\eta_j$  个粗差, 最大可以定位( $\eta_j - 1$ ) 个粗差, ( $\eta_j + 1$ ) 个观测量形成了粗差发现和粗差定位。

相互影响的关系。

为叙述方便,本文把 $\eta_j$ 称为多余观测量 $Lr_i(i \in k)$ 与必要观测量 $Lt_j$ 粗差发现和粗差定位的相关数(简称相关数),( $j+1$ )个观测量称为粗差发现和粗差定位相关的观测量。

由矩阵的基本概念可知,布尔矩阵 $J'$ 列向量的最大相关数 $\eta_{MAX} \leq r$ ,因此,r个条件方程中,也即( $r+t$ )个观测量中,最大可以发现r个粗差,最大可以定位( $r-1$ )个粗差;若 $J'$ 矩阵为分块对角阵 $J'_1, J'_2, J'_m$ ,不难得出每个分块矩阵的最大相关数分别为 $\eta_{1MAX}, \eta_{2MAX}, \dots, \eta_{mMAX}$ ,最大可以发现粗差数分别为 $r_1, r_2, \dots, r_m$ ,最大可以定位粗差数分别为 $r_{1-1}, r_{2-1}, \dots, r_{m-1}$ 。

上述的分析是基于 $r \leq t$ 的情况。当 $r > t$ 时, $n = (r+t)$ 个观测量中,出现粗差是小概率事件,含粗差的观测量个数必然不会大于含偶然误差的观测量个数,因此,最大可以发现的粗差数应

$\leq \frac{n}{2}$ ,最大可以定位的粗差数应 $< \frac{n}{2}$ 。综合这两种情况,并顾及粗差数目为整数,最大可发现的粗差数( $n_f$ )等于 $r$ 与 $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ 中的最小整数,记为

$$n_f = \min\left\{r, \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil\right\} \quad (6)$$

最大可定位的粗差数( $n_r$ )等于( $r-1$ )与 $\left[\frac{n-1}{2}\right]$ 中的最小整数,记为

$$n_r = \min\left\{r-1, \left[\frac{n-1}{2}\right]\right\} \quad (7)$$

若 $J'$ 为分块对角阵,则 $n_f$ 等于各个非零子块矩阵 $J'_i$ 的最大可发现数 $n_{f_i}$ 之和

$$n_f = \sum_{i=1}^m n_{f_i} = \sum_{i=1}^m \left\{ \min\left\{r_i, \left[\frac{n_i}{2}\right]\right\} \right\} \quad (8)$$

$n_r$ 等于各个非零子块矩阵 $J'_i$ 的最大可定位粗差个数 $n_{r_i}$ 之和

$$n_r = \sum_{i=1}^m n_{r_i} = \sum_{i=1}^m \left\{ \min\left\{r_i-1, \left[\frac{n_i-1}{2}\right]\right\} \right\} \quad (9)$$

其中,[X]表示不大于X的最大整数, $n_i = r_i + t_i$ 。

## 4 算例

两个非全测内角的大地四边形构成的网形如图1所示,A,B为已知点,C,D,E,F为待定点,观测角度14个,基线边1条,总观测数n=15。

必要观测数 $t=9$ ,多余观测数 $r=n-t=6$ ,所有角度为等精度观测,控制点坐标数据列于表1,其中C,D,E,F为概略坐标。

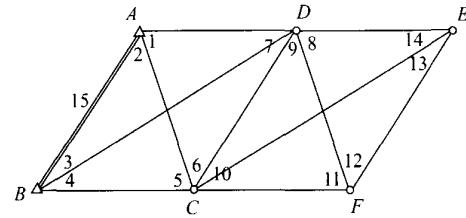


图1 大地四边形控制网

Fig. 1 Braced quadrilateral

表1 控制网坐标

Tab. 1 Coordinates of braced quadrilateral

	A	B	C	D	E	F
X/m	8 660	0	2 140	10 032	12 172	3 512
Y/m	5 000	0	9 273	13 548	22 822	17 822

以角度 $L_2, L_3, L_5, L_6, L_8, L_{11}, L_{13}, L_{14}$ 和基线 $L_{15}$ 为必要观测量向量 $Lt$ ,以角度 $L_1, L_4, L_7, L_9, L_{10}$ 和 $L_{12}$ 为多余观测量向量 $Lr$ ,获得判断矩阵 $J$ 列于表2,对应的布尔矩阵 $J'$ 列于表3。分析表2、表3的矩阵数据结构,有以下特征:

表2 大地四边形的判断矩阵J

Tab. 2 Judgement matrix J of braced quadrilateral

$Lt$	Lt									
	2	3	5	6	8	11	13	14	15	
1	-2.5	3.7	-1.1	1.1	0	0	0	0	0	0
4	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
7	2.5	3.7	1.1	-2.1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	-1.2	0.9	1.1	-2.2	0	0
10	0	0	0	0	1.2	-1.9	-1.1	2.2	0	0
12	0	0	0	0	-1	0	-1	-1	0	0

表3 大地四边形的布尔矩阵 $J'$

Tab. 3 Boolean matrix  $J'$  of braced quadrilateral

$Lt$	$Lt$									
	2	3	5	6	8	11	13	14	15	
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
10	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
12	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
$\eta_j$	3	3	3	2	3	2	3	3	0	0

1. 有 1 零列向量, 对应必要观测量  $L_{15}$ ;  
 2. 有 2 个分块对角阵, 一个分块阵对应着四边形  $ABCD$  的观测量, 另一个分块阵对应着四边形  $CDEF$  的观测量。两个分块矩阵中, 每一列向量的相关数均有  $2 \leqslant \eta \leqslant 3$ 。

3.  $\eta = 2$  的列向量有 2 列, 其对应的多余观测量向量  $L_r$  和必要观测量向量  $L_t$  分别是  $\triangle ACD$  和  $\triangle CDF$  的 3 个内角观测量  $L_1, L_6, L_7$  和  $L_9, L_{10}, L_{11}$ 。

根据文献[1]的定理、推理和本例  $J$  矩阵相关数  $\eta$  的特点, 得以下判断结果:

1. 基线边  $L_{15}$  不能发现和定位粗差, 其余的观测量  $L_1 \sim L_{14}$  能发现和定位粗差;

2. 每一分块矩阵对应的大四边形中, 最大能发现粗差 3 个, 最大能定位粗差 2 个。整个控制网最大能发现粗差 6 个, 最大能定位粗差 4 个。

3.  $\triangle ACD$  内角观测量  $L_1, L_6, L_7$ (或  $\triangle CDF$  内角观测量  $L_9, L_{10}, L_{11}$ ) 是粗差发现和粗差定位相关的观测量, 最大能发现粗差 2 个, 最大能定位粗差 1 个。

通过  $J$  矩阵的初等变换, 可以发现  $\triangle ABC$  的内角观测量  $L_2, L_3, L_4, L_5$ (或  $\triangle PEF$  的内角观测量  $L_8, L_{12}, L_{13}, L_{14}$ ) 也是粗差发现和粗差定位相关的观测量, 最大能发现粗差 2 个, 最大能定位粗差 1 个。由此可知, 图中控制网最大能定位的 4 个粗差, 必须分布在每个全测内角的三角形( $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle CDF$  和  $\triangle DEF$ )内, 才能保证它们之间粗差定位不相关, 否则, 粗差定位相关的观测量含有粗差, 将不能全部准确定位。

判断结果 1 已被文献[2]所证明, 即除基线边  $L_{15}$  外, 其余的观测量, 无论是哪一个, 如果它含有粗差且仅有 1 个粗差, 则只要能发现粗差, 就能定位粗差。判断结果 2、3 的核心问题——在  $\triangle ABC, \triangle ACD, \triangle CDF$  和  $\triangle DEF$  中, 每个三角形最大只能定位 1 个粗差。换句话说, 在每个三角形中, 任意两个内角观测量同时含有粗差, 只要粗差足够大, 是可以通过假设检验的方法发现的, 但要准确定位这两个粗差, 任何优秀的粗差探测方法的成功率都不会超过 50%, 即不可定位。为验证这一结论, 实验要顾及以下要点:

1. 1 个三角形中有  $k$  个内角观测量值, 任意 2 个观测量值含粗差, 可有  $C_k^2$  种组合, 每组粗差出现的概率应一样。因此, 每组粗差仿真模拟试验的次数相同, 整个实验应在相等的模拟条件下进行;

2. 为减少随机误差对粗差的抵消影响, 模拟的粗差要足够大, 以便在每次试验中, 使用的粗差探测方法均能够发现粗差(这样可以避免随机误差抵消粗差的情况, 使试验中犯第 iv 和 ④类错误的统计概率为零);

3. 采用能探测多维粗差的均值漂移模型和方差膨胀模型的代表算法, 且检验粗差的置信水平一致, 以增加实验结果的客观性。

为此, 本次实验的设计方案如下:

1. 在  $\triangle ACD$  的 3 个观测量( $L_1, L_6$  和  $L_7$ )中, 分别有 2 个观测量含粗差, 即模拟的粗差观测量共有三组( $L_1, L_6$ ), ( $L_1, L_7$ )和( $L_6, L_7$ );

2. 在  $\triangle CDF$  的 3 个观测量( $L_9, L_{10}$  和  $L_{11}$ )中, 分别有 2 个观测量含粗差, 即模拟的粗差观测量共有三组( $L_9, L_{10}$ ), ( $L_9, L_{11}$ )和( $L_{10}, L_{11}$ );

3. 在  $\triangle ABC$  的 4 个观测量( $L_2, L_3, L_4$  和  $L_5$ )中, 分别有 2 个观测量含粗差, 即模拟的粗差观测量共有六组( $L_2, L_3$ ), ( $L_2, L_4$ ), ( $L_2, L_5$ ), ( $L_3, L_4$ ), ( $L_3, L_5$ )和( $L_4, L_5$ );

4. 在  $\triangle DEF$  的 4 个观测量( $L_8, L_{12}, L_{13}$  和  $L_{14}$ )中, 分别有 2 个观测量含粗差, 即模拟的粗差观测量共有六组( $L_8, L_{12}$ ), ( $L_8, L_{13}$ ), ( $L_8, L_{14}$ ), ( $L_{12}, L_{13}$ ), ( $L_{12}, L_{14}$ )和( $L_{13}, L_{14}$ )。

实验 1、2、3 和 4 中, 模拟的观测量随机误差的中误差  $\sigma_0 = \pm 1''.0$ 。试验过程采用迭代数据探测法为均值漂移模型的代表算法, 选权迭代法为方差膨胀模型的代表算法。迭代数据探测法在 4 个实验中, 无论哪 2 个观测量含粗差, 均仅能定位 1 个粗差观测量。选权迭代法在实验 1 的三组模拟试验中均会判断  $L_7$  含粗差, 在实验 2 的三组模拟试验中均会判断  $L_{10}$  含粗差, 在实验 3 的六组模拟试验中均会判断  $L_2$  和(或)  $L_5$  含粗差, 在实验 4 的 6 组模拟试验中均会判断  $L_8$  和(或)  $L_{12}$  含粗差。

有  $k$  个内角观测量的三角形, 在假定有 2 个内角同时出现粗差的前提下, 将有  $C_k^2$  种可能的组合结果, 而且每组粗差出现的可能性(概率)应是相同的。若探测一组模拟数据, 2 个粗差能准确定位, 这组数据的粗差发现和定位是成功的, 称为正确判断; 若发现粗差后把不含粗差的认为不含粗差和不含粗差的认为含粗差, 这组数据的粗差能发现但定位不成功, 称为错误判断。 $C_k^2$  组发现粗差的结果中, 正确判断的组数除以  $C_k^2$ , 称为正

确判断率; 错误判断的组数除以  $C_k^2$ , 称为错误判断率。显然, 正确判断率+ 错误判断率= 1。4个实验重复多次试验, 统计每个三角形的试验结果, 可得两种粗差探测方法的正确判断率和错误判断率平均值。大量的试验结果显示迭代数据探测法

的平均错误判断率接近 100%, 选权迭代法的平均错误判断率大于 50%。受文章篇幅所限, 在此仅列出迭代数据探测法和选权迭代法的部分实验结果(如表 4)。

表 4 迭代数据探测法和选权迭代法判断粗差的结果

Tab. 4 Results of judged gross errors by the iteration data snooping and the iteration methods with variable weights

方 案	模 拟 粗 差	迭代数据探测法			选权迭代法		
		定位粗差	正确判断	错误判断	定位粗差	正确判断	错误判断
1	$L_1 = 12.1, L_6 = 10.3$	$L_7$		$L_1, L_6, L_7$	$L_7$		$L_1, L_6, L_7$
	$L_1 = 12.1, L_7 = 10.3$	$L_7$	$L_7$	$L_1$	$L_1, L_7$	$L_1, L_7$	
	$L_7 = 12.1, L_6 = 10.3$	$L_7$	$L_7$	$L_6$	$L_7$	$L_7$	$L_6$
2	$L_9 = 10.9, L_{10} = 17.2$	$L_{10}$	$L_{10}$	$L_9$	$L_9, L_{10}$	$L_9, L_{10}$	
	$L_9 = 10.9, L_{11} = 17.2$	$L_{10}$		$L_9, L_{10}, L_{11}$	$L_{10}$		$L_9, L_{10}, L_{11}$
	$L_{10} = 10.9, L_{11} = 17.2$	$L_{11}$	$L_{11}$	$L_{10}$	$L_{10}, L_{11}$	$L_{10}, L_{11}$	
	$L_2 = 12.6, L_3 = 15.5$	$L_3$	$L_3$	$L_2$	$L_2, L_3$	$L_2, L_3$	
	$L_2 = 12.6, L_4 = 15.5$	$L_5$		$L_2, L_4, L_5$	$L_5$		$L_2, L_4, L_5$
3	$L_2 = 12.6, L_5 = 15.5$	$L_5$	$L_5$	$L_2$	$L_2, L_5$	$L_2, L_5$	
	$L_3 = 12.6, L_4 = 15.5$	$L_5$		$L_3, L_4, L_5$	$L_2, L_5$		$L_2, L_3, L_4, L_5$
	$L_3 = 12.6, L_5 = 15.5$	$L_2$		$L_2, L_3, L_5$	$L_2, L_5$	$L_5$	$L_2, L_3$
	$L_4 = 12.6, L_5 = 15.5$	$L_4$	$L_4$	$L_5$	$L_4, L_5$	$L_4, L_5$	
	$L_8 = -8.7, L_{12} = -13.1$	$L_{12}$	$L_{12}$	$L_8$	$L_8, L_{12}$	$L_8, L_{12}$	
	$L_8 = -8.7, L_{13} = -13.1$	$L_{12}$		$L_8, L_{12}, L_{13}$	$L_{12}$		$L_8, L_{12}, L_{13}$
4	$L_8 = -8.7, L_{14} = -13.1$	$L_{14}$	$L_{14}$	$L_8$	$L_8$	$L_8$	$L_8, L_{14}$
	$L_{12} = -8.7, L_{13} = -13.1$	$L_{13}$	$L_{13}$	$L_{12}$	$L_{12}, L_{13}$	$L_{12}, L_{13}$	
	$L_{12} = -8.7, L_{14} = -13.1$	$L_8$		$L_8, L_{12}, L_{14}$	$L_8$		$L_8, L_{12}, L_{14}$
	$L_{13} = -8.7, L_{14} = -13.1$	$L_8$		$L_8, L_{13}, L_{14}$	$L_8$		$L_8, L_{13}, L_{14}$

从表 4 的实验数据可以发现, 在同一个三角形中, 尽管模拟的 2 个观测量粗差是其随机误差中误差的 10 多倍, 但迭代数据探测法和选权迭代法均无法全部正确地区分哪几个观测量含有粗差, 它们全部准确定位粗差的概率不足 50%, 即无法准确定位粗差。由此可见, 多维粗差能否被定位, 与观测量之间是否存在粗差定位相关的数据结构特征有关, 若是  $(n+1)$  个相关的观测量同时含有  $n$  个粗差, 即使粗差非常巨大, 任何优秀的探测方法也不能准确定位所有的粗差。实验结果证明, 在图中的 4 个全测内角的三角形 ( $\triangle ABC$ ,  $\triangle ACD$ ,  $\triangle CDF$  和  $\triangle DEF$ ) 中, 任意 1 个三角形含有粗差的观测量多于 1 个时, 迭代数据探测法和选权迭代法全部准确定位粗差的概率均小于 50%。

## 5 讨论与结论

李德仁院士在研究两种模型误差的可区分性

时, 把两个检验量之间的相关系数  $\rho$  作为衡量可区分性的指标<sup>[1]</sup>, 并指出, 当  $\rho=1$  时, 可区分性放大倍数  $k$  无穷大, 表明两个备选假设代表的模型误差是不可区分的, 此时粗差再大也不能定位。文献[2]的理论证明和实验验证表明, 没有粗差定位能力的观测量, 即使是最优秀的粗差探测方法, 正确定位粗差的概率也不会大于 50%。本文进一步验证( $n+1$ )个粗差定位相关的观测量有  $n$  个粗差, 目前最有代表性的粗差探测方法正确定位  $n$  个粗差的概率不会大于 50%。这些研究说明, 如果观测量粗差定位相关, 任何粗差探测方法都不可能以大于 50% 的概率确定哪些观测量含有粗差。换句话说, 如果观测量的粗差能够以大于 50% 的概率正确定位, 它们肯定是粗差定位不相关的观测量。

引入布尔矩阵  $J$  研究粗差判断方程法 (GEJE) 的判断矩阵  $J$ , 清晰地表达了观测量的发现和定位粗差能力与相关数  $n$  的联系。通过试

验验证和结果分析, 得到以下一些结论:

1. 观测量的发现和定位粗差能力是测量系统中进行粗差发现和定位的必要条件, 这些特性由观测量之间的数据结构关系决定,  $J$  矩阵能清晰地反映出它们的这种内在联系特征。使用  $J$  矩阵, 可以很方便地分析每一个观测量以及多个观测量之间的发现和定位粗差能力。换句话说, 可以根据  $J$  矩阵进行观测量的粗差可发现性和可定位性设计。

2. 分析  $J$  矩阵, 可以找出粗差发现和定位相关的观测量, 假如它们含有粗差的个数大于等于其相关数  $n$ , 采用现行的粗差探测方法, 如迭代数据探测法和选权迭代法, 均不能准确定位粗差。由此说明, 粗差发现和定位的相关性在多维粗差的定位中起着至关重要的作用。因此, 在多维粗差探测中, 若没有观测量的粗差发现和定位相关性分析, 任何探测方法的结果都将会变得极不可靠。或者可以这样说, 若没进行观测量的粗差发现和定位相关性分析, 探测粗差的结果仅仅是完成了粗差的发现工作, 只有分析证明它们的粗差发现和定位是不相关的, 才能认为是准确定位了粗差。

## 参考文献:

- [1] LI De ren. Error Processing and Reliability Theory [M]. Beijing: Publishing House of Surveying and Mapping, 1988. 1-331. (in Chinese)
- [2] CEN Min yi, ZHOU Jian cheng, LI Zhi lin, et al. A Method of Judging whether Gross Errors Detectable and Locatable in Observations before Least Squares Adjustment [J]. Acta Geodætica et Cartographica Sinica, 2003, 32(2) : 134-138. (in Chinese)
- [3] LI Pan lin, LI Ba o-jie, MENG Jun, et al. Discrete mathematics [M]. Beijing: Posts & telecom press, 2002. 1-238. (in Chinese)
- [4] YU Zong chou, LI Ming-feng. Simultaneous Location and Evaluation of Multidimensional Gross Errors [J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1996, 21(4) : 323-329. (in Chinese)
- [5] BAARDA W. A Test Procedure for Use in Geodetic Networks [J]. Neth. Geod. Comm. Publ. on Geodesy, 1968, 2(5) : 27-55.
- [6] HUBER P J. Robust estimation of a location parameter [J]. Annals of Mathematical Statistics, 1964, 35: 73-101.

## 欢迎订阅《测绘通报》

《测绘通报》创刊于 1955 年, 是由国家测绘局主管、中国地图出版社主办的反映我国测绘科技发展现状和指导全国测绘生产业务的综合性科技刊物。

《测绘通报》致力于宣传国家测绘科技方针、政策及法律、法规, 公布新的测绘科技成就, 传播测绘科技信息, 交流学术思想, 促进科技成果的商品化、产业化。其内容广, 信息全, 周期短, 受到了广大读者的信任和喜爱。

《测绘通报》设有: 学术研究、技术交流、测绘市场、国外测绘、行业管理、知识窗、企业之窗、测绘教学等栏目。主要内容包括: 大地测量、GPS、摄影测量、RS、地图制图、GIS、工程测量、矿山测量、地籍测绘、海洋测绘、测绘仪器、信息传输、行业管理、测绘教学; 计算机、通讯等相关理论技术在测绘领域里的应用; 国内外测绘学术动态及有关测绘科技信息。

《测绘通报》(月刊, 定价: 5.00 元, 邮发代号: 2-223)。

编辑部地址: 北京复外三里河路 50 号, 邮编: 100045, 电话: 010-68531317(兼传真), 68531192(金英)。