文章编号: 1001-1595(2004)04-0352-04 中图分类号: P283.7 文献标识码: A

基于等高线统计特性的多分辨率插值方法

卢 林[1], 吴纪桃[2], 柳重堪[1,2]
(1. 北京航空航天大学 电子信息工程学院,北京 100083; 2. 北京航空航天大学 理学院,北京 100083)

A New Multi-Resolution Interpolation Based on the Variance of Geographic Curve

LU Lin[1], WU Ji-tao[2], LIU Zhong-kan[1,2]
(1. *Electronic and Information Engineering School of BUAA, Beijing* 100083, *China;* 2. *Science School of BUAA, Beijing* 100083, *China*)

Abstract: This paper presents a new interpolation which based on fractal theory and wavelet analyses, combining wavelet analyses algorithm and numerical statistic, and gets higher resolution data by the way of calculating the details corresponding to the original contour line through a logarithm linearity of the each-level details of the wavelet-analyses of the line. Simulations study shows its feasibility and validity.

Key words: fractal; wavelet analyses; map making; interpolation

摘 要: 针对地理线要素的分形特点,基于分形几何理论和小波分析理论,将小波分解算法和数值统计算法结合起来,得到等高线小波分解后各层细节分量具有对数线性的关系,从而通过计算原等高线对应的细节分量得到高分辨率下的插值数据。最后通过实验论证了该方法的可行性和有效性。

关键词: 分形; 小波分解; 地图制图; 插值

1 引 言

线状要素是三大地理要素之一。在地图制图、空间分析和信息处理等地理研究中经常需要进行插值运算已获得线状要素的信息。曲线插值方法有很多种,不过通常的多项式插值或样条插值等方法强调了数据的光滑性,而地理线状要素充满复杂、精细的自相似结构,其光滑性很弱。分形学方法可以非常有效地描述地物现象随观测尺度变化的宏观结构动态变化和地物本身细节随观测尺度变化的微结构动态概括,以分数维来描述这些结构特点,并据此进行复杂曲线的插值。分形插值法通常利用迭代函数系统(Iterative Function System-IFS),通过给定的已知点构造相应的IFS,来拟合曲线。但在地理研究中,这种方法通常不能反映比例尺变化和空间变化各向同性的地学特征[1]。

小波变换[2]是近期迅速发展起来的一种新的分析工具,它具有多分辨率的分析功能和逐步细分的性质,与地理信息研究中的比例尺变化[3]非常相似,而信号的多分辨率分析更可以成为地理研究中的多比例尺表达,很好的实现了自动制图综合的过程。本文将给出基于分形理论和小波分析理论的一种自动制图综合算法,从而得到一

收稿日期: 2003-11-13; 修回日期: 2004-08-07
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60173001)
作者简介: 卢 林(1976-),男,江西南昌人,博士生,主要研究方向为地形数据的多比例尺表示。

种新的线状要素插值方法。

2　方法原理

曲线插值就是要在不够精细的地方加入描述细节的点,并尽量保持原曲线的精细特征。对于满足分形特征的地理线要素,其精细特征是随比例尺变化而变化的,同时对于确定的曲线又有自己的结构特征。

小波分解将数据信号分解为近似信号和细节信号,小波分解为分解的逆过程。如果能得到原数据对应的细节数据,就可以得到更大比例尺下的信号数据,所以,如何确定原数据所应具有的细节特征就成为最终需要解决的问题。与此同时,利用分解时得到的细节数据分析并计算出原等高线本身具有的分形特征指数和细节数据的变化规律,使得计算所需的细节数据成为可能。

2.1　分形原理

大量经典的分形是自相似的,自相似分形可以被看作一类迭代函数系统的不变集。豪斯道夫测度是分形理论及其应用中最基本的一种测度,它是勒贝格测度在维数不一定是整数时的推广。

豪斯道夫测度的性质:

1. 设 $F \subset R^n$, $\lambda > 0$; 令 $\lambda F = \{\lambda x: x \in F\}$ 则 $H^S(\lambda F) = \lambda^S H^S(F)$。

2. 设 $F \subset R^n$, $f: F \to R^n$ 满足指数 $\alpha > 0$ 的霍尔德条件: 存在常数 $\alpha > 0$ 和 $c > 0$, 使得对于任意的 $x, y \in F$, 成立 $|f(x) - f(y)| \leqslant c|x - y|^{\alpha}$, 则 $H^{\frac{S}{\alpha}}(f(F)) \leqslant c^{\frac{S}{\alpha}} H^S(F)$。

2.2　小波的多分辨分析

多分辨分析框架表明 $f(t) \in L^2(R)$ 可分解为无穷个小波分量的直和:

$$f^j(t) = \sum_k c_k^j \phi_{j,k}(t), f^j(t) \in V_j$$

$$w^j(t) = \sum_k d_k^j \psi_{j,k}(t), w^j(t) \in W_j$$

其中, $\phi(t)$ 为尺度函数, $\psi(t)$ 为小波函数, c_k^j 称为近似分量系数, d_k^j 称为细节分量系数, 分别代表原信号在低频和高频下的分解系数。如果在信号重构时只保留近似分量或只保留细节分量则可以得到原信号的近似信号或细节信号。而由近似信号和细节信号同样可以重构出原始信号。

将原始信号看作某个分辨率下的信号, 那么信号的插值算法就是如何获得更高分辨率下的信号数据。因此, 如果能够计算出原始信号对应的细节信号, 就可以重构出(插值)比原信号更高分辨率的数据信号。当使用的是二进小波时, 新得到的信号的数据量就是原始信号的 2 倍。

3　基于分形数据统计特性的插值方法

等高线具有分形图形的特征, 故必然有分形性质Ⅰ, Ⅱ。对于性质Ⅱ, 与曲线的复杂度类似, 本文由此出发讨论等高线的分形特征。以等高线 Line1 为例(如图 1):

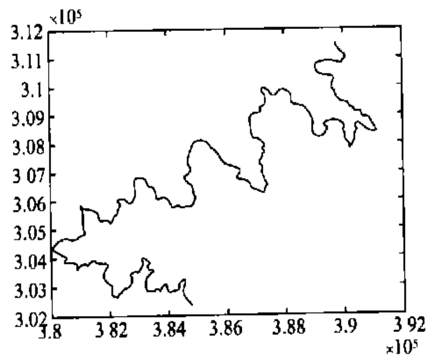

图 1　Line1 (N = 391)

Fig. 1　Line1 (N = 391)

考虑到如要对等高线进行分析, 必须将坐标建立联系, 故采用数据极化。设 Line1 = $\{(x_i, y_i)\}$, $i = 1, \ldots, N$, 取参考点

$$x_0 = \min_i(x_i) - \frac{\max_i(y_i) - \min_i(y_i)}{2}, y_0 = \sum_i \frac{y_i}{N},$$

得到参数表达

$$\theta_i = \arctan\frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}, i = 1, \ldots, N$$

$$S_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}, i = 1, \ldots, N$$

这样得到的参数数据具有与原数据相同的分形特征(如图 2, 图 3)。

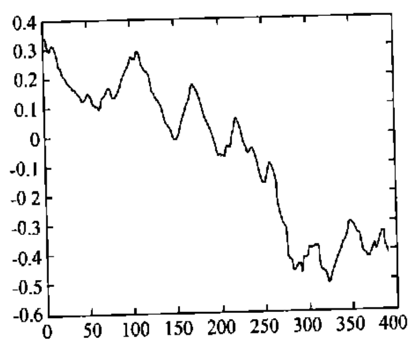

图 2　幅角 θ

Fig. 2　Angle θ

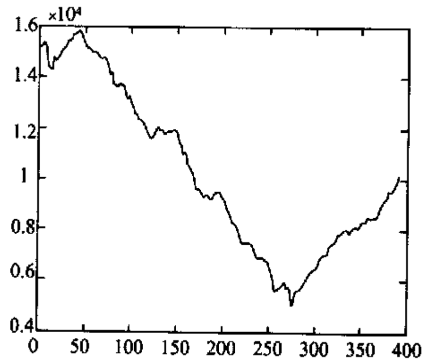

图 3 向径 S

Fig. 3 Span *S*

如此选择参考点原因有二:

1. 不采用递推定义方式是为了避免误差的积累而产生很大的偏离。

2. 选择等高线区域外一点是为了避免幅角数据产生强烈的跳变, 从而影响小波分解得到的细节数据。

将得到的数据进行小波分解(' db4' , 4 层), 得到细节分量数据, 计算均值和方差, 结果如表 1 所示:

表 1 幅角与向径的统计数值

Tab. 1 Angle & Span' s Statistic Data

	幅角细节分量		向径细节分量	
第一层	0.000 001 5	0.000 007 37	0.000 910	558.462 5
第二层	0.000 015	0.000 026 97	0.078 602	1 592.560
第三层	0.000 004	0.000 065 50	0.355 347	6 547.820
第四层	0.000 3	0.000 252 86	1.192 796	10 801.61

将表 1 中的数据在对数坐标系中描绘(如图 4, 图 5), 可以发现这些数据是符合对数线性关系的,

$$\log(\sigma_i^2) = Ki + b,\ \sigma_i^2 = \mathrm{Var}(DS_i),$$
$$K, b \in R,\ i = 1, 2, 3, 4\ 。$$

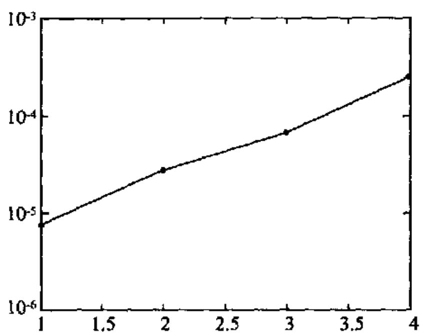

图 4 幅角方差对数

Fig. 4 Angle' s Var Logarithm

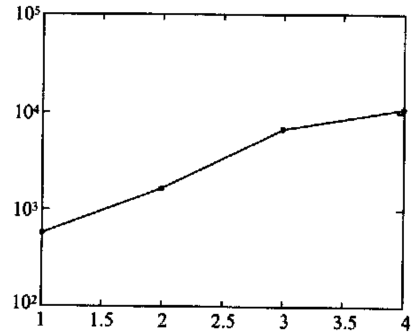

图 5 向径方差对数

Fig. 5 Span' s Var Logarithm

另外一方面, 对整体细节分量进行统计分析, 可发现对于同一层的细节分量, 符合正态分布, 即 $DS_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$。故综合可知, 等高线的细节分量满足参数符合对数线性关系的正态分布群。由此可以认为, 对于原数据而言, 同样存在符合确定参数的正态分布的细节分量。一方面, 这个细节分量符合正态分布; 另一方面, 这个正态分布的均值和方差都是随着分解层数的减少而趋于零值的。这说明, 在某种意义下, 进行的等高线的插值计算是有限度的, 这同样符合分形理论中的分型特征在一定范围内成立的原理。另外, 由上述结论还可以容易的推得文献[3]中关于细节分量最大值同样符合对数线性关系的规律。

这样, 可以通过求得参数 K, b, 得到原数据对应的细节分量的分布参数(μ, σ), $\mu \approx 0$, 从而得到细节分量数据, 再通过小波重构理论得到插值后的等高线图形。

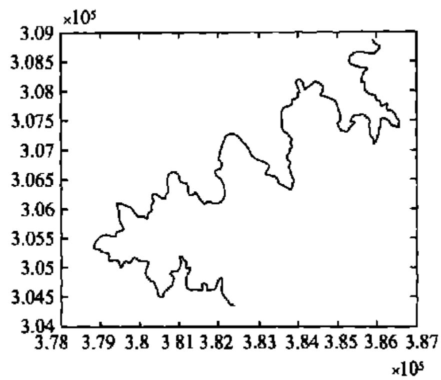

图 6 插值等高线

Fig. 6 Interpolated Curve

与原等高线(图 1)相比, 新的等高线具有更多的细节变化, 从小波多分辨分析的角度来说, 新

的等高线含有的数据量是原等高线的 2 倍。从一维的角度讲, 新的等高线的比例尺是原等高线的 2 倍。

取另一条等高线 Line2(图 7) , 重复上述方法, 得到插值后的等高线(图 8) 。

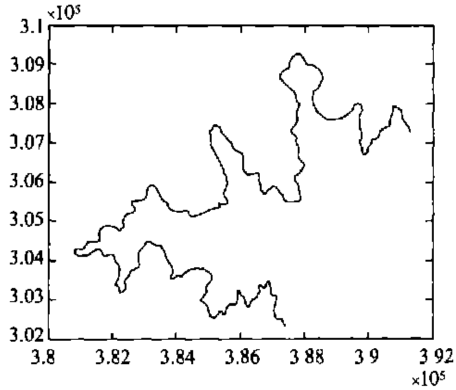

图 7　等高线 2
Fig. 7　Line2

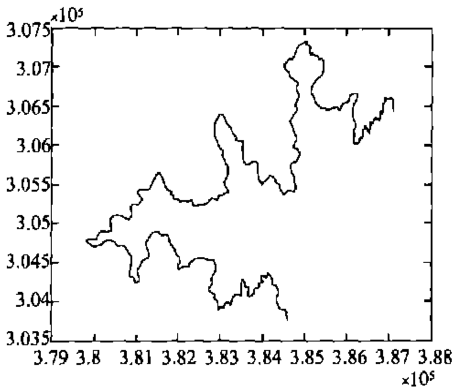

图 8　插值后的等高线 2
Fig. 8　Interpolated Line2

使用类似方法, 可得到比例尺为原始数据的 4 倍, 8 倍, ..的等高线。当然, 由于方差趋于 0, 所以更高分辨率的等高线并不比低分辨率的等高线含有更多的细节。

4　讨论与结论

本文在分型插值的基础上, 从等高线整体角度出发, 得到等高线小波分解后各层细节分量具有对数线性的关系, 从而计算出原等高线所应具有的细节分量, 再次重构插值而得到更高分辨率下的等高线数据。该方法一方面完整地保留了原等高线的整体特征, 同时解决了局部与整体的协调问题。该算法实现简单, 插值准确, 在地图制图自动化、多尺度数据分析和空间数据管理方面有很大的优越性。当然, 这种方法基于数据的统计特性, 故要求等高线的原有数据量应充分大, 不过对于等高线数据而言, 这个条件是比较容易满足的。对于多条等高线的图形, 如果能事先将等高线分组并降低密度, 同时对同组的等高线添加一致的细节分量, 则可以较好的避免等高线的相交问题。

参考文献:

[1]　ZHANG Hua-guo, HUANG Wei-gen, ZHOU Chang-bao. A New Fractal Interpolation Approach for Geographic Curve[J] . Acta Geodaetica et Cartographica Sinaca, 2002, 3(3) . (in Chinese)

[2]　MALLAT S. A Theory for Multi-resolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation [J] . IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7) .

[3]　WU Ji-tao, WANG Qiao. A Study of the Multi-scale Representation of the Complex Landform Based on Two-Dimensional Wavelet Transformation[J] . Journal of Remote Sensing, 2003, 7(2) . (in Chinese)