第 33 卷　第 4 期
2004 年 11 月
测　绘　学　报
ACTA GEODAETICA et CARTOGRAPHICA SINICA
Vol. 33, No. 4
Nov., 2004

文章编号: 1001-1595(2004)04-0299-04　　中图分类号: P223　　文献标识码: A

固体潮对地球重力场时变特征影响的潮波公式

张捍卫[1,2], 许厚泽[2], 王爱生[1,2]
(1. 徐州师范大学 国土信息与测绘工程系, 江苏 徐州 221116; 2. 中国科学院 测量与地球物理研究所, 湖北 武汉 430077)

Tidal Wave Formulas of Solid Tide on the Temporal Changes of Gravitational Field

ZHANG Han-wei[1,2], XU Hou-ze[2], WANG Ai-sheng[1,2]
(1. *Department of Territory Information and Mapping Engineering, Xuzhou Normal University, Xuzhou* 221116, *China;* 2. *Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan* 430077, *China)*

Abstract: It is a main subject of Gravisat at present that we survey gravitational field and variety of gravitational field with time accurately in detail. The solid earth tide is known to cause the temporal variations in the gravitational field. Rather than the theoretical model recommended by IERS2000, we directly derive the ngal-level tidal wave formulas from the precise tide-generating potential (TGP) expansion and take the tidal terms of the fourth-order into account. We summarize and explain the treatment to the permanent tide in the reduction of gravity data. This work can be a theoretical reference for the research of high-precision gravitational field.

Key words: solid tide; gravitational field; tidal wave formula

摘　要: 精密和详细测定地球重力场及其随时间变化, 是目前卫星重力测量的主要课题。基于目前高精度的固体潮展开, 研究固体潮对地球重力场时变特征的影响。不同于 IERS2000 推荐的固体潮对重力影响的理论模型, 独立于天体历书而基于精密引潮力位展开直接给出在毫微伽精度下的潮波公式, 并考虑到四阶潮汐的效应。同时对重力数据归算中的永久性潮汐的处理进行总结和说明。本文的工作可为高精度的地球重力场的研究提供理论依据和参考。

关键词: 固体潮; 地球重力场; 潮波公式

1　引　言

根据目前的理论和技术, 固体潮对地球重力场影响的理论模型应达到毫微伽量级的精度。固体潮对地球重力场时变特征的影响是通过 Love 数 k 来表征的, 理论研究表明在毫微伽的精度上必须使用 3 个 Love 数 $k\,(k_{nm}^{(0)}, k_{nm}^{(\pm)})$ 才能描述地球的潮汐形变附加位, 但由于地球质量守恒(即 $k_{nm}^{(-)}=0$)只是用到了两个参数[1]。另外, 地幔滞弹性使得 $k_{nm}^{(0)}, k_{nm}^{(\pm)}$ 变成复数的形式, 并在带谐潮波段内引起了较强的频率特性, 即 Love 数和 Shida 数与频率有关; 而在田谐潮波段内由于地幔滞弹性、核幔耦合以及与自由核章动(FCN)有关的近周日自由摆动(NDFW)共振的存在, 使得在周日波段内的 Love 数也具有强烈的频率特性。其

收稿日期: 2003-10-08; 修回日期: 2004-08-19
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40374030, 40234039); 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室资助项目(020915)
作者简介: 张捍卫(1967-), 男, 辽宁昌图人, 教授, 主要从事动力大地测量学和天文地球动力学的研究。

中二阶固体潮位 Love 数的解析表达式,可通过一定的理论模型拟合空间大地测量(例如 VLBI)的观测资料得到;由于三阶以上引潮力位(TGP)的微小性,在毫微伽精度上其频率特性可以忽略。最初的 Love 数和 Shida 数是由静态球形地球的潮汐模拟理论推求的,由于地球是旋转微椭球的天体,潮汐形变对 TGP 的响应存在着不同调和函数的微小混合。这样 Love 数和 Shida 数就与测站纬度和 TGP 的调和级有关,纬度特性可通过引入一组常数来表示,最初的结果由 Wahr(1979,1981)[2,3]给出,之后由 Dehant(1987)[4]和 Mathews, *et al* (1995)[5]进行了修正。复合 Love 数和 Shida 数仅考虑二阶潮汐,由于纬度特性的微小性,三阶潮汐的纬度特性可忽略。

IERS2000[1]推荐的地球重力场固体潮效应的理论公式,是基于有精确的太阳历表和月球历表和行星历表,为了达到毫微伽的精度,IERS 模型采用了分部计算,既采用了时间域表达式又采用了频率域表达式,计算过程较为繁琐;同时在永久性潮汐的处理中引入了“零潮汐”、“约定无潮汐”、“平均潮汐”和“无潮汐”引力位模型,这是 IERS 模型最初采用时间域公式的结果,由此不同科研机构在建立地球引力位模型时对引力位进行了不同的约定,这就给各种地球引力位模型的比较带来了不便。如果从一开始就采用频率域公式,即潮波公式,那么就可以避免对永久性潮汐处理引起的不同歧义性。但是要建立固体潮对重力场影响的潮波模型,必须要有高精度的潮汐展开作为基础。值得关注的是,近几年来引潮力位展开研究有了长足的发展,已经达到了毫微伽量级的精度,郗钦文在此领域做了卓有成效的工作[6~11],考虑了各种改正后给出的最新引潮力位展开共含潮波 3 070 项,这一新版本已被国际推荐用于高精度潮汐数据分析,且被认为是目前国际上精度最高的潮汐展开。而在 IERS 系列规范中利用的是 Cartwright 和 Tayler(1971)[12]的潮汐展开,这一展开的理论、方法及精度都不能与郗钦文的展开相提并论,况且这一展开所使用的公式与 Doodson 展开不相适应,使用起来很不方便。

本文不同于 IERS2000 的历书频谱公式,给出了适合应用的潮波法理论公式,可为高精度地球重力场时变特性的研究提供理论参考和依据。

2 地球外部引力位和日月引潮力位

地球重力场模型一般是指球谐函数或椭球谐函数系数的集合,有时称地球位系数。地球外部引力位的球谐系数的级数形式为

$$\begin{aligned} V(r,\theta,\lambda) = {} & \frac{GM_{\oplus}}{r} + \frac{GM_{\oplus}}{r^2}\left[z_0 P_1^0(\cos\theta) + (x_0\cos\lambda + y_0\sin\lambda) P_1^1(\cos\theta)\right] + \\ & \frac{GM_{\oplus}}{r}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{R_e}{r}\right)^n\sum_{m=0}^{n}(\overline{C}_n^m\cos m\lambda + \overline{S}_n^m\sin m\lambda)\overline{P}_n^m(\cos\theta) \end{aligned} \tag{1}$$

式中,$M_{\oplus}$,R_e 为地球整体质量和平均球体半径,x_0,y_0,z_0 为地球质心在地球参考系中的坐标,$\overline{C}_n^m$,$\overline{S}_n^m$ 为地球引力位系数,其中 $\overline{P}_n^m(\cos\theta) = N_{n,m}P_n^m(\cos\theta)$。在以瞬时自转轴为坐标系 Z 轴的地球参考系中,日月对地球表面或内部任一点 N 阶 M 级的日月引潮力位的 Dooddon 展开表达式为[11]

$$V_{T(n,m)}(r,\phi,\lambda) = D\left(\frac{r}{R_e}\right)^n G_{n,m}(\phi)\sum_j A_{nmj}\cdot\begin{cases}\cos(\theta_j + m\lambda) & n+m \text{ 为偶数}\\ \sin(\theta_j + m\lambda) & n+m \text{ 为奇数}\end{cases} \tag{2}$$

式中,D 为 Doodson 常数,$G_{n,m}(\phi)$ 为大地系数。A_{nmj},θ_j 分别为无量纲的潮波振幅和幅角。

3 TGP 对地球引力位的间接影响

由 N 阶 M 级 TGP 的表达式(2),并根据 Dirichlet 原理,可得 N 阶 M 级潮汐形变附加位为

$$V'_{T(n,m)}(r,\phi,\lambda) = D\left(\frac{R_e}{r}\right)^{n+1} G_{n,m}(\phi)\sum_j k_{n,m}(\theta_j)\cdot A_{nmj}\cdot\begin{cases}\cos(\theta_j + m\lambda) & n+m \text{ 为偶数}\\ \sin(\theta_j + m\lambda) & n+m \text{ 为奇数}\end{cases} \tag{3}$$

其中,二阶 TGP 中的带谐项包含了一个频率为零的永久性潮汐项,其余的为周期项,理论上要分别用到长期 Love 数和固体潮二阶位 Love 数,而 IERS 序列在讨论永久性潮汐时,使用的是固体潮二阶位 Love 数。具体如何使用 Love 数的数值,要根据对引力位的不同约定来确定,这里不加区别地写为 $k_{2,m}(\theta_j)$(一般情况下为复数)。比较式(1)和式(3)中的 $\cos(m\lambda)$ 和 $\sin(m\lambda)$ 的系数项,并考虑到文献[11] $G_{n,m}(\phi)$ 的表达式,可得二阶 TGP 对地球引力位系数的影响

$$\Delta\overline{C}_2^0 = \mathrm{Re}\left\{\frac{DR_e}{GM_{\oplus}}\left(\frac{-2}{\Gamma_{2,0}N_{2,0}}\right)\sum_j A_{20j}k_{20}(\theta_j)\exp(i\theta_j)\right\} \tag{4}$$

$$\Delta\overline{C}_2^1 - i\Delta\overline{S}_2^1 = -i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{2}{3\Gamma_{2,1}N_{2,1}}\right)\sum_j A_{21j}k_{21}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{5}$$

$$\Delta\overline{C}_2^2 - i\Delta\overline{S}_2^2 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{3\Gamma_{2,2}N_{2,2}}\right)\sum_j A_{22j}k_{22}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{6}$$

式中, $i^2=-1$, $\Gamma_{n,m}$ 是大地系数的归一化参数, 具体数值参见文献[11]。进行同样的推导, 可得三阶和四阶 TGP 对地球引力位系数的影响为

$$\Delta\overline{C}_3^0 = \mathrm{Re}\left\{-i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-2}{\Gamma_{3,0}N_{3,0}}\right)\sum_j A_{30j}k_{30}(\theta_j)\exp(i\theta_j)\right\} \tag{7}$$

$$\Delta\overline{C}_3^1 - i\Delta\overline{S}_3^1 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-2}{3\Gamma_{3,1}N_{3,1}}\right)\sum_j A_{31j}k_{31}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{8}$$

$$\Delta\overline{C}_3^2 - i\Delta\overline{S}_3^2 = -i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{15\Gamma_{3,2}N_{3,2}}\right)\sum_j A_{32j}k_{32}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{9}$$

$$\Delta\overline{C}_3^3 - i\Delta\overline{S}_3^3 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{15\Gamma_{3,3}N_{3,3}}\right)\sum_j A_{33j}k_{33}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{10}$$

$$\Delta\overline{C}_4^0 = \mathrm{Re}\left\{\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{8}{\Gamma_{4,0}N_{4,0}}\right)\sum_j A_{40j}k_{40}(\theta_j)\exp(i\theta_j)\right\} \tag{11}$$

$$\Delta\overline{C}_4^1 - i\Delta\overline{S}_4^1 = -i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-4}{5\Gamma_{4,1}N_{4,1}}\right)\sum_j A_{41j}k_{41}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{12}$$

$$\Delta\overline{C}_4^2 - i\Delta\overline{S}_4^2 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-2}{15\Gamma_{4,2}N_{4,2}}\right)\sum_j A_{42j}k_{42}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{13}$$

$$\Delta\overline{C}_4^3 - i\Delta\overline{S}_4^3 = -i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{105\Gamma_{4,3}N_{4,3}}\right)\sum_j A_{43j}k_{43}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{14}$$

$$\Delta\overline{C}_4^4 - i\Delta\overline{S}_4^4 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{105\Gamma_{4,4}N_{4,4}}\right)\sum_j A_{44j}k_{44}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{15}$$

式中, 二阶固体潮位 Love 数 $k_{nm}(\theta_j)=k_{nm}^{(0)}$ 可通过理论模型计算, 公式中的系数是通过一定的理论模型拟合空间大地测量(例如 VLBI)的观测资料得到(固体潮 Love 数的取值参见文献[1]); 由于三阶以上 TGP 的微小性, 在毫微伽精度上其频率特性可以忽略, 其 Love 数的值同样可用固体潮理论模拟值或通过测地数据的拟合值得到。

4　二阶 TGP 对四阶引力位的影响

IERS2000 指出, 二阶引潮力位可以引起四阶地球引力位系数的变化, 其影响的具体公式与式(4)~(6)具有完全相同的形式, 只是必须用 $k_{2m}^{(+)}$ 代替其中的 $k_{2,m}(\theta_j)$。具体表达式为

$$\Delta\overline{C}_4^0 = \mathrm{Re}\left\{\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-2}{\Gamma_{2,0}N_{2,0}}\right)\sum_j A_{20j}k_{20}^{(+)}(\theta_j)\exp(i\theta_j)\right\} \tag{16}$$

$$\Delta\overline{C}_4^1 - i\Delta\overline{S}_4^1 = -i\frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{2}{3\Gamma_{2,1}N_{2,1}}\right)\sum_j A_{21j}k_{21}^{(+)}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{17}$$

$$\Delta\overline{C}_4^2 - i\Delta\overline{S}_4^2 = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{1}{3\Gamma_{2,2}N_{2,2}}\right)\sum_j A_{22j}k_{22}^{(+)}(\theta_j)\exp(i\theta_j) \tag{18}$$

其中, 田谐潮波段的 $k_{2m}^{(+)}$ 仍然由有关的理论模型公式计算, 其他潮波波段的 $k_{2m}^{(+)}$ 可采用固体潮理论模拟值或者通过测地数据的拟合值(标称值)得到[1]。其实二阶 TGP 对四阶地球引力位系数的影响要比四阶 TGP 对四阶地球引力位系数的影响要大, 也就是说对四阶位系数来说耦合效应大于相应的间接效应。

5　永久性潮汐效应的讨论

对于二阶带谐项的零频率项, 即永久性潮汐项, 由式(4)可得

$$\Delta\overline{C}_2^0(prem) = \frac{DR_e}{GM_\oplus}\left(\frac{-2}{\Gamma_{2,0}N_{2,0}}\right)A_{200}k_{20}(0) = -\frac{DR_e}{\sqrt{5}\,GM_\oplus}A_{200}k_{20}(0) =$$

$$(-1.884\,595\,435\times 10^{-8})\times (0.738\,69)\,k_{20}(0) \tag{19}$$

如果位 Love 数 $k_{20}(0)$ 取标称值, 即 $k_{20}(0)=0.301\,90$, 则

$$\Delta\overline{C}_2^0(prem)=-0.420\,284\,59\times 10^{-8} \tag{20}$$

如果位 Love 数 $k_{20}(0)$ 取长期或流体 Love 数的数值, 即 $k_{20}(0)=0.964$, 则

$$\Delta\overline{C}_2^0(premf)=-1.342\,015\,05\times 10^{-8} \tag{21}$$

这样“约定无潮汐”地球引力位, 例如 EGM96 引力位模型的定义是

$$\overline{C}_2^0=\overline{C}_2^0(obser)-\Delta\overline{C}_2^0 \tag{22}$$

式中的 $\Delta\overline{C}_2^0$ 由式(4)计算, 但不包括永久性潮汐; $\overline{C}_2^0(obser)$ 是引力位的观测值。“零潮汐”地球引力位的定义是

$$\overline{C}_2^0(zt)=\overline{C}_2^0(obser)-\Delta\overline{C}_2^0+\Delta\overline{C}_2^0(prem) \tag{23}$$

而“平均潮汐”地球引力位的定义是

$$\overline{C}_2^0(aver)=\overline{C}_2^0(obser)-\Delta\overline{C}_2^0+\Delta\overline{C}_2^0(prem)+\Delta\overline{C}_2^0(premdir) \tag{24}$$

式中的 $\Delta\overline{C}_2^0(premdir)$ 由式(4)计算, 只是规定 $k_{2,0}(\theta_j)=1.0$, 表示的是潮汐对地球引力位的直接影响。而“无潮汐”地球引力位则是

$$\overline{C}_2^0(tf)=\overline{C}_2^0(obser)-\Delta\overline{C}_2^0+\Delta\overline{C}_2^0(prem)-\Delta\overline{C}_2^0(premf) \tag{25}$$

公式(22)~(25)给出了永久性潮汐效应的处理过程, 及其各种地球引力位模型的约定和定义。

6 结论和讨论

目前国际上存在不同的 TGP 展开形式, 只有郗钦文的潮汐展开和 Roosbeek[13] 的潮汐展开遵循 Doodson 的约定。针对此原因, 本文基于 Doodson 的引潮力位展开形式, 推导出了在毫微伽精度下的地球重力场固体潮效应的理论公式。

IERS2000 推荐的地球重力场固体潮效应的理论公式, 是基于有精确的太阳历表和月球历表, 为了达到毫微伽的精度, IERS 采用了分部计算, 既采用了时间域表达式又采用了频率域表达式, 计算过程较为繁琐。本文不同于 IERS2000 的历书频谱法公式, 而给出了适合应用于潮波法的理论公式, 并考虑到四阶潮汐的效应的影响, 精度可达到毫微伽量级, 同时重新考虑永久性潮汐的影响。本文的公式比 IERS2000 的历书频谱法公式要简明的多, 而且在讨论永久性潮汐效应时, 使得各种引力位模型的定义更加明确。

参考文献:

[1] MCCARTHY D D. IERS Conventions (2000) [EB/AL]. http://maia.usno.navy.mil/conv2000.html.

[2] WAHR J M. The Tidal Motions of a Rotating Elliptical Elastic and Oceanless Earth [D]. Boulder: Univ of Colo, 1979.

[3] WAHR J M. Body Tides on an Elliptical Rotating Elastic and Oceanless Earth [J]. Geophys J R Astron Soc, 1981, 64: 677-703.

[4] DEHANT V. Tidal Parameters for an Inelastic Earth [J]. Phys Earth Planet Inter, 1987, 49: 97-116.

[5] MATHEWS P M, BUFFETT B A, SHAPIRO I I. Love Numbers for Diurnal Tides: Relation to Wobble Admittances and Resonance Expansions [J]. J Geophys Res, 1995, 100: 9 935-9 948.

[6] XI Qin-wen, HOU Tian-hang. A New Complete Development of the Tide-generating Potential for The Epoch J2000.0 [J]. Chinese Journal of Geophysics, 1987, 30(4): 349-362. (in Chinese)

[7] XI Qin-wen. The Algebraic Deduction of Harmonic Development for the Tide-generating Potential with the IBM-PC [J]. Earthquake Research in China, 1987, 3(2): 16-18. (in Chinese)

[8] XI Qin-wen. Precise Development of the Tidal Generating Potential and Some Explanatory Notes [J]. Chinese Journal of Geophysics, 1991, 34(2): 182-194. (in Chinese)

[9] XI Qin-wen. The Evaluation on the Precision of the Development of the Tide-generating Potential [J]. Chinese Journal of Geophysics, 1992, 35(2): 150-153. (in Chinese)

[10] XI Qin-wen. BIM [A]. On the Comparison of the New Developments of the Tidal Generating Potential [C]. Bruxelles: [s.n.], 1993. 115: 8 439-8 445.

[11] XI Qin-wen. Tide and Nutation [A]. On Analytical Development of the Precise Tidal Generating Potential with Computer [C]. Wuhan: [s.n.], 1995. 15-27. (in Chinese)

[12] CARTWRIGHT D E, TAYLER R J. New Computations of the Tide Generating Potential [J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1971, 23: 45-74.

[13] ROOSBEEK F. RATGP95: A Harmonic Development of the Tide Generating Potential Using an Analytical Method [J]. Geophys J Int, 1996, 126: 197-204.