

单历元解算整周模糊度及检验方法研究

徐爱功¹ 琚芳芳²

(1. 辽宁工程技术大学 测绘与地理科学学院 辽宁 阜新 123000;

2. 特变天池能源有限责任公司 南震天矿 新疆 昌吉 831100)

Research on Single-epoch Ambiguity Resolution and the Inspection Method

XU Aigong, JU Fangfang

摘要: 针对 GPS 测量中因工作盲区等实际生产因素的影响而造成历元较少的情况, 提出在 Tikhonov 正则化的基础上解算历元较少时方差-协方差阵的病态情况。为提高解算整周模糊度的成功率, 提出在 Tikhonov 正则化的基础上结合阻尼 LAMBDA 方法固定整周模糊度, 同时采用电子总含量(TEC)检验, 通过实例证明此方法适用于单历元情况, 并能明显提高解算整周模糊度的成功率。

关键词: Tikhonov 正则化; 病态; 阻尼 LAMBDA 方法; 单历元; 电子总含量

一、引言

随着 GPS 技术的快速发展, GPS 技术已经延伸到社会的各个角落。但由于很多测量地点地理条件恶劣及各种实际情况的限制, 测量过程中有许多盲区, 造成可利用的历元数较少。而利用 GPS 载波相位信息进行相对导航, 通常需要整周模糊度能够在较少历元甚至单历元情况下得到解算, 但当历元数较少时, 法矩阵的病态性比较严重, 导致模糊度浮动值偏差较大, 不能正确地固定整周模糊度。基于这种情况, 本文提出一种 Tikhonov 正则化法与阻尼 LAMBDA 法结合固定整周模糊度的方法, 这种方法改进了传统方法不适用于历元数较少的情况, 并使用电子总含量(TEC)变化值对其固定的模糊度的准确性进行检验, 证明其有效性。

二、Tikhonov 正则化算法推导

设两测站在第 k 个历元共同观测 $i+1$ 颗卫星, 则会有 i 个双差观测方程。则相位双差观测方程可简写为^[1]

$$V = A \hat{X} + B \hat{N} - L = (AB) \begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{N} \end{bmatrix} - L \quad (1)$$

式中 \hat{X} 为坐标未知数; \hat{N} 为模糊度未知数; A 、 B 为系数矩阵; V 为改正数; L 为双差观测值减计算值。

由最小二乘原则^[2] 得到 LS 解估计为

$$\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{N} \end{bmatrix} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (2)$$

若观测历元少, 则式(2)中法矩阵会呈现严重病态, 通过式(2)计算无法获得可信的模糊度浮动解。

由 Tikhonov 正则化原理^[2], 得到相应的估计准则为

$$\| A \hat{X} - L \|^2 + \alpha \Omega(\hat{X}) = \min \quad (3)$$

$$\Omega(\hat{X}) = \hat{X}^T R \hat{X} \quad (4)$$

式中 α 为正则化参数; R 为正则化矩阵; $\Omega(\hat{X})$ 为稳定泛函; $\| \cdot \|$ 为 2-范数。

由此可见, Tikhonov 正则化方法处理病态问题的关键技术是如何确定和选取正则化参数 α 以及正则化矩阵 R 。正则化参数应用 L 曲线法确定的 $\alpha = 1$, 正则化矩阵 R 选取为^[2]

$$R = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (5)$$

$$R_1 = \frac{1}{100\ 000} R_0 \quad (6)$$

R_0 为法矩阵左上角的 3×3 阶子矩阵。则式(2)可变为

$$\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{N} \end{bmatrix} = (A^T P L + R)^{-1} A^T P L \quad (7)$$

由式(7)可知, 通过正则化原理得到的解可使法方程的病态性得到抑制, 从而可以得到较为准确的模糊度浮动解。

三、阻尼 LAMBDA 算法模型

LAMBDA 算法的原理是通过最小二乘法得到模

收稿日期: 2011-07-13

基金项目: 辽宁省高校重点实验室支持计划(2009S049); 国家测绘局测绘基础研究基金(10-01-03)

作者简介: 徐爱功(1963—), 男, 山东日照人, 博士, 教授, 主要从事全球卫星定位系统与地理信息系统集成及其在智能交通系统中的应用研究工作。

模糊度浮动值及协方差阵,从而求出模糊度向量,构建目标函数并使其为最小值,从而得到模糊度的估值。

1) LAMBDA 模糊度浮动值及协方差阵的求法^[3]

$$\begin{bmatrix} \hat{X} \\ \hat{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{\hat{X}} & Q_{\hat{X}\hat{N}} \\ Q_{\hat{N}\hat{X}} & Q_{\hat{N}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

2) 对 N 进行 Z 变换,形成新模糊度 z

$$z = Z^T N, \quad \hat{z} = Z^T \hat{N}, \quad Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{N}} Z \quad (10)$$

经 Z 变换后整数 z 的搜索范围大大缩小。因为 LAMBDA 方法要求法方程满秩,而单历元数据模型中法方程有秩亏,因此不能直接使用 LAMBDA 方法解算单历元整周模糊度。因此在式(8)中的模糊度浮动值中加入阻尼因子可得

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T PA + P_X & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{bmatrix} \quad (11)$$

通过式(11),可以使法方程的病态性得到改善,式(11)为满秩方程,可得到唯一模糊度解。由式(11)可知关键技术是如何确定 P_X ,设坐标初始值精度分别为 $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 则可得

$$P_X = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_z^2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由此通过正则化方法同时结合优化后的 LAMBDA 方法搜索模糊度,可得到准确的整周模糊度。

四、总电子含量的错误检验

电离层总电子含量(total electron content, TEC)是描述电离层特性的主要参量之一。将 TEC 看做一组动态数据序列,利用时间序列分析法的 CAR 模型对整周模糊度的固定情况进行检验。

CAR 模型^[4]为

$$z(t) = \varphi_1 z(t-1) + \dots + \varphi_n z(t-n) + b_0 u(t) + b_1 u(t-1) + \dots + b_n u(t-n) + a(t) \quad (13)$$

双差电离层的延迟观测值可表示为

$$\Delta_{\text{ion}} = \lambda_1 \nabla \Delta \phi_{L1} - \lambda_2 \nabla \Delta \phi_{L2} - \lambda_1 \nabla \Delta N_{L1} - \lambda_2 \nabla \Delta N_{L2} \quad (14)$$

如果整周模糊度固定正确,那么 TEC 双差值应该变化较小,线条显示较为平滑。否则,如果整周

模糊度固定错误,会出现一个大的跳跃。

五、数据处理与分析

基于以上模型,在一条长为 512 m 的基线上进行试验观测,观测时间为 2010 年 5 月 21 日,观测时长为 2 h,采样率为 30 s,连续观测 6 颗卫星,观测卫星用 GAMIT 软件对这段数据进行处理。

随机选取一个历元作为观测数据, L1 确定的模糊度 $N = [-289 \ 120 \ 1 \ 242 \ 961 \ -8 \ 912 \ 321 \ -986 \ 751 \ 672 \ 149]$ 。L2 确定的模糊度 $N = [-278 \ 014 \ 1 \ 097 \ 851 \ -8 \ 624 \ 572 \ -979 \ 899 \ 643 \ 249]$ 。分别使用传统 LS 估计算法和正则化算法与阻尼 LAMBDA 算法结合两种方案进行模糊度确定,从而验证正则化法与阻尼 LAMBDA 算法结合的优势。两种方法的计算结果如表 1 所示。

表 1 固定整周模糊度比较

算法	LS 估计结合 LAMBDA 方法固定整周模糊度	
	整周模糊度浮动值	固定整周模糊度
L1	-345 621.987	-321 341
	1 367 122.124	1 367 891
	-6 502 198.102	-6 502 198
	-1 009 811.012	-1 019 832
	982 125.234	976 512
	-302 134.234	-291 141
L2	1 287 152.239	1 245 665
	-6 703 279.112	-6 552 179
	-1 104 853.249	-1 098 763
	978 214	965 421
算法	正则化法结合阻尼 LAMBDA 方法固定整周模糊度	
	整周模糊度浮动值	固定整周模糊度
L1	-289 120.467	-289 120
	1 242 961.234	1 242 961
	-8 912 321.332	-8 912 321
	-986 751.229	-986 751
	672 149.289	672 149
	-278 014.364	-278 014
L2	1 097 851.145	1 097 851
	-8 624 571.892	-8 624 572
	-979 899.428	-979 899
	643 249.335	643 249

正则化结合阻尼 LAMBDA 方法固定整周模糊度在 3 个方向上的基线残差如图 1~图 3 所示。

从下图及上表数据显示可知,利用正则化法与阻尼 LAMBDA 算法结合固定整周模糊度后,在各个方向的基线残差大致分布在 $-4 \sim 4$ mm 之间。正则

化法与阻尼 LAMBDA 算法结合能够更有效地固定整周模糊度。

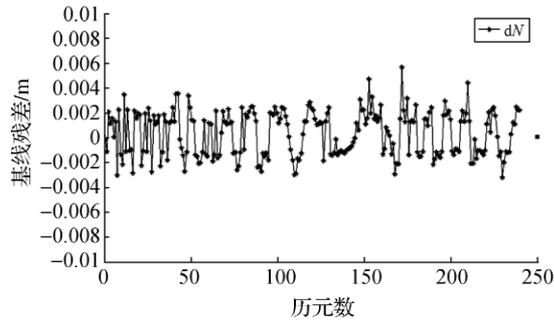


图1 整周模糊度固定后的 dN 方向上的基线残差

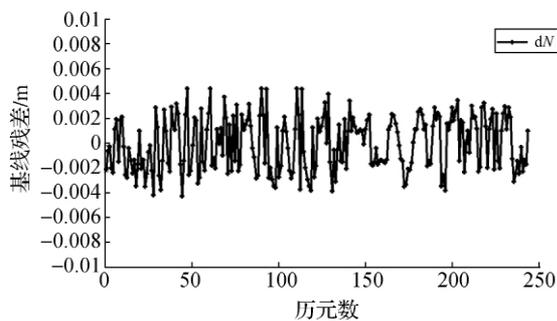


图2 整周模糊度固定后的 dE 方向上的基线残差

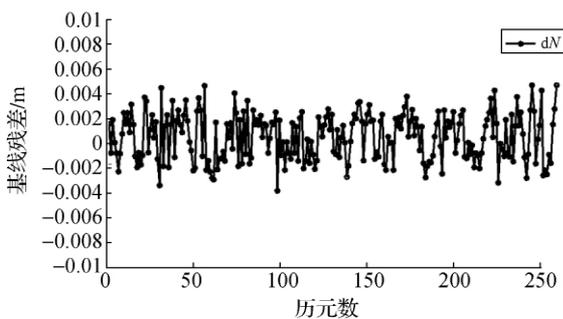


图3 整周模糊度固定后的 dU 方向上的基线残差

为更全面地验证正则化法与阻尼 LAMBDA 算法结合方法的优势,随机抽取 100 个历元观测数据,分别使用 LS 估计结合 LAMBDA 方法固定整周模糊度及正则化法结合阻尼 LAMBDA 方法固定整周模糊度,仍然进行单历元固定整周模糊度。利用这两种方法固定整周模糊度的成功率分别是 2% 和 96%。由上述数据可看出,当利用单历元确定整周模糊度时,使用正则化法结合阻尼 LAMBDA 方法固定整周模糊度能明显提高固定整周模糊度的成功率。

总电子含量 TEC 进行检验模糊度固定的准确性如图 4 所示。由图 4 可知,由正则化法结合阻尼

LAMBDA 方法固定整周模糊度,TEC 值比较平稳,没有数值上的大的跳跃,说明正则化法结合阻尼 LAMBDA 方法能准确地固定整周模糊度。

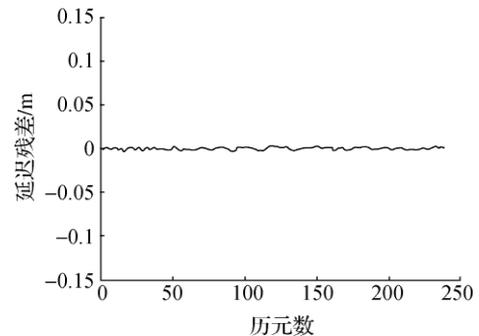


图4 总电子含量延迟残差

六、结束语

基于 Tikhonov 正则化原理与阻尼 LAMBDA 方法结合在单历元情形下能够得到更可靠的整周模糊度的浮动值,能够更成功地固定整周模糊度。使用 TEC 双差值变化情况可有效检验固定整周模糊度的准确率。

参考文献:

- [1] 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2005.
- [2] 王振杰. 大地测量中不适定问题的正则化解法研究[D]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,2003.
- [3] 刘根友,朱耀仲,韩保民. GPS 单历元定位的阻尼 LAMBDA 算法[J]. 武汉大学学报:自然科学版,2004,29(3):195-197.
- [4] 李秀海,郭达志. 电离层 TEC 建模与预测[J]. 测绘通报,2010(4):1-4.
- [5] 孔令杰,黄观文. 基于 Tikhonov 正则化的短基线单历元模糊度解算方法研究[J]. 大地测量与地球动力学,2010,30(2):148-151.
- [6] 孟泱,安家春,王泽民,等. 基于 GPS 的南极中山站电离层 TEC 特征研究[J]. 大地测量与地球动力学,2010,30(1):43-47.
- [7] 彭晓刚,吕志平,王新山. 实时 GPS 姿态测量中整周模糊度的快速解算方法[J]. 海洋测绘,2011,31(2):34-37.
- [8] 孟领坡,吴杰. 双频去相关单历元动态解算整周模糊度研究[J]. 国防科技大学学报,2010,32(1):34-39.
- [9] BHUYAN R K, BORAH R R. TEC Derived from GPS Network in India and Comparison with the IRI [J]. Advances in Space Research, 2007, 39(5):830-840.