

一种用于等高线分析的矢量算法

黄培之¹, 吴桃¹, 刘泽慧¹, 李玉潮²

(1. 深圳大学 计算机科学与软件学院, 广东 深圳 518060; 2. 郑州测绘学校, 河南 郑州 450005)

A Vector Algorithm for Contour Analyzing

HUANG Peizhi, WU Tao, LIU Zehui, LI Yuchao

摘要: 提出一种矢量外积算法, 可以高效、快速和准确地对等高线特征点进行分类, 并通过试验进行验证。

关键词: 等高线; 矢量; 特征点; 外积算法

一、引言

地图作为空间信息表达的重要手段, 在人类社会及经济生活中起到了重要的作用, 它通过各种地图符号将分布于二维、三维空间上的地形信息记录下来, 正确地传递给地图用户。等高线是一种常用的记录三维地形高程起伏变化的地图符号, 它通过自身形态和形状的变化来描述三维地形高程的起伏变化状态。因此, 研究等高线形态和形状的变化规律对于获取三维空间信息具有特别重要的意义。长期以来, 研究人员对单条等高线的形态变化(如曲率、复杂度等)及相邻等高线形状之间的变化关系进行了一定的研究, 并在单条等高线的特征点提取和从多条等高线数据中提取地形特征线方面取得了一些成果^[1-6]。本文着重研究用矢量外积算法对已提取的单条等高线的特征点进行分类, 以便后续可以正确提取地形特征线。

二、等高线的特征点提取

等高线上的特征点表现为等高线局部曲率的最大点^[2], 亦为等高线弯曲变化的特征点。满足一定条件的相邻等高线上的特征点构成了反应区域地形变化的地形特征线, 亦即山脊线和山谷线。曲线特征点的提取是计算机图形、图像处理和模式识别中的一个重要研究课题。已研究出的用于曲线特征点提取的算法有多种^[2-3]。其中, Split方法是一种较常用的曲线特征点提取算法。该方法从原理上讲属于整体算法, 它能够在将曲线变形控制在规定的限差之内的同时, 有效地提取曲线的特征点。

Split方法的基本思想是先用曲线的最左边和

最右边的两个点作为起始点, 将闭合曲线分为两部分(对于非闭合曲线选择其两个端点作为起始点)。起始点确定后, 顺序计算曲线上位于两个起始点之间的每一个点距两个起始点连线的垂距, 并找出其最大垂距点。若该最大垂距值大于给定的阈值, 则该点为特征点。再用该点分别与原两个起始点构成两对新的起始点, 用相同的方法找出曲线的特征点。Split方法的原理如图1所示。

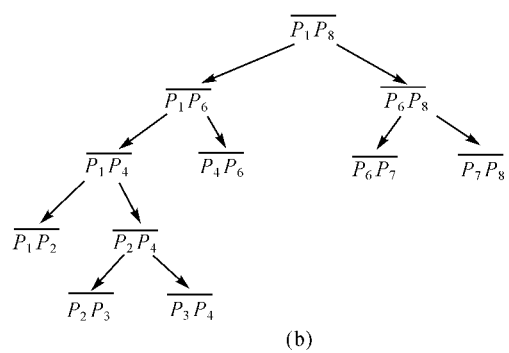
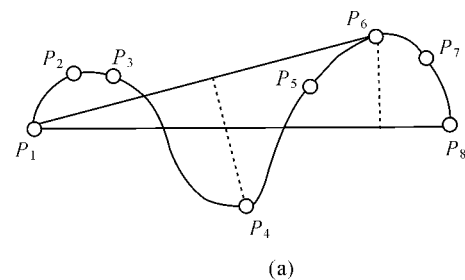


图1 Split方法的原理

三、等高线的特征点分类

等高线特征点提取之后, 为了快速、正确地确定地形特征线, 需要对特征点进行分类, 以找出哪

收稿日期: 2011-11-01

作者简介: 黄培之(1963—), 男, 河南潢川人, 教授, 主要从事数字制图、地理信息系统、空间数据可视化等方面的教学和研究工作。

些特征点是山脊点候选点,哪些特征点是山谷点候选点,即将等高线特征点分成山脊点候选点和山谷点候选点两个子集合。这样,不仅能够大大提高后续山脊线和山谷线的提取速度,而且能够减少不必要的错误,使整个提取算法的处理更加可靠和简便。

1. 矢量外积

在空间解析几何中,两个矢量 a 与 b 的外积(记作 $a \times b$)仍是一个矢量,它的长度定义为^[7]

$$|a \times b| = |a||b|\sin \langle a, b \rangle \quad (1)$$

它的方向定义为垂直于 a, b 所在的平面的方向,并且使 $(a, b, a \times b)$ 成右手系,即当右手四指从 a 弯向 b 时,拇指的指向就是 $a \times b$ 的方向。

外积的几何意义是,当 a 与 b 不共线时, $|a \times b|$ 表示以 a, b 为邻边的平行四边形的面积,而 $a \times b$ 的方向是它给以 a, b 为邻边的平行四边形所在的平面确定的一个定向。而平面的两个定向就对应于平面的两侧,通常用垂直于平面的方向来表示平面的定向。设 e_1 是与平面 π_0 垂直、向上的矢量,如果右手四指从 a_0 弯向 b_0 (转角小于 π) 时拇指的指向为 e_1 的方向,则 e_1 表示的平面 π_0 的定向就是 $a_0 \times b_0$ 的方向,如图 2(a) 所示。设 e_2 与 e_1 方向相反,如果右手四指从 a_0 弯向 b_0 (转角大于 π) 时拇指的指向为 e_2 的方向,则 e_2 表示的平面 π_0 的定向就是 $a_0 \times b_0$ 的旋转方向,如图 2(b) 所示。

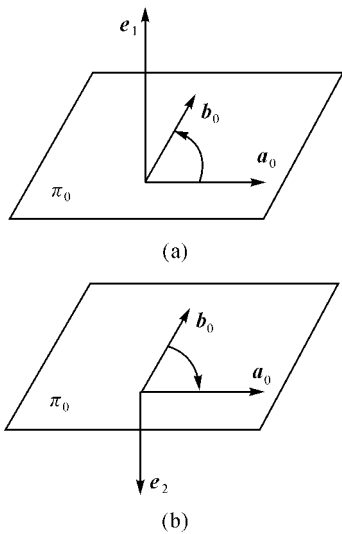


图2 外积 $a \times b$ 的方向

设矢量 a 与矢量 b 在坐标轴上的投影分别是 (a_1, a_2, a_3) 、 (b_1, b_2, b_3) , 则有公式

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \quad (2)$$

对于二维等高线数据来说,上式中 $a_3 = b_3 = 0$, 则

$$a \times b = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} k \quad (3)$$

由式(3)可以知道,若 $a_1 b_2 - a_2 b_1 > 0$, 则 $a \times b$ 的方向为正,矢量 a 与矢量 b 之间的夹角小于 π ; 若 $a_1 b_2 - a_2 b_1 < 0$, 则 $a \times b$ 的方向为负,矢量 a 与矢量 b 之间的夹角大于 π 。

2. 一种用于等高线特征点分类的矢量外积算法

由以上分析可以知道,两个矢量的外积矢量可以用来判定组成闭合多边形每个顶点的两条边之间的夹角,亦即多边形每个顶点的凹凸性。所以可以用两个矢量的外积矢量的方向对等高线特征点进行分类,即将等高线特征点分成山脊点候选点和山谷点候选点两个子集合。

由于等高线数据属于矢量数据,每条等高线都是由若干已知坐标的离散点组成的,即一条由 $n(n > 1)$ 个点组成的等高线有 $n - 1$ 条边。当每条等高线的数据点采集顺序都一样的时候(顺时针或逆时针),一条由 $n(n > 1)$ 个点组成的等高线上的特征点的分类问题就等价于识别一个多边形每个顶点是凹点或凸点的问题。对于非闭合等高线(如图 3 所示),可以在这条等高线周围找一个合适的点 P ,把等高线首尾两点与该点连接起来,并且保证这个多边形没有边相交,这就是该条等高线所对应的多边形(如图 4 所示)。那么由点 P 与该条非闭合等高线上的离散点组成的点集就构成了该条等高线对应的多边形的顶点,而对该条非闭合等高线的特征点的分类操作实际上就是对其对应的多边形的顶点进行凹凸点的识别操作。

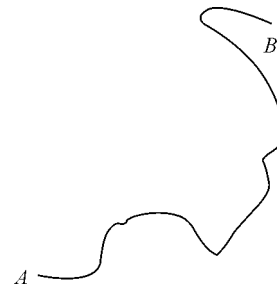


图3 一条非闭合等高线

根据以上的分析和外积矢量的性质,可以得出以下结论:

1) 对于一条特定的等高线,根据外积矢量的性质,凹点与凸点所在的两边矢量的外积的方向是相

反的,每个离散点的外积可以根据式(3)求出。

2) $a \times b$ 的方向由 $a_1b_2 - a_2b_1$ 的正负情况决定,若采用逆时针的方向取点,可以得出,当 $a_1b_2 - a_2b_1 > 0$ 时 $a \times b$ 的方向为正方向,则该点为凸点;当 $a_1b_2 - a_2b_1 < 0$ 时 $a \times b$ 的方向为负方向,则该点为凹点。



图4 非闭合等高线相应多边形

根据以上结论,顺序遍历并计算这条等高线里每个特征点两边矢量的外积方向,就可以分辨出每个特征点的类别。

对于等高线出现间断的情况,只要采点时记下每小段等高线的起始点,解决的方法是一样的。

矢量外积分类算法的流程图如图5所示。

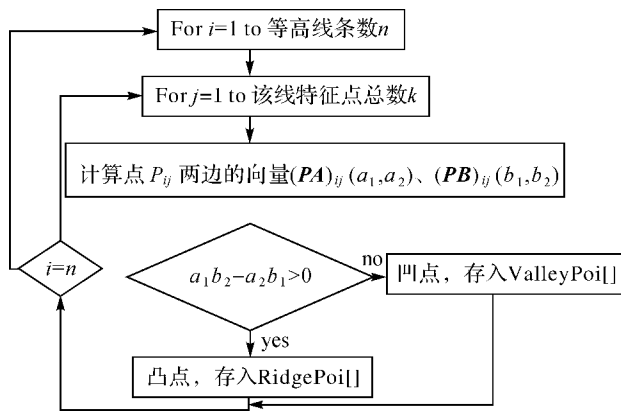
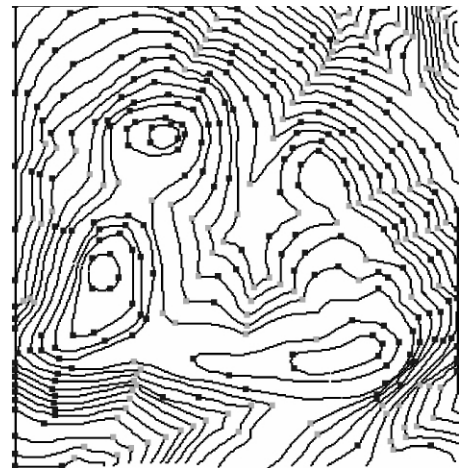


图5 外积分类法的流程图

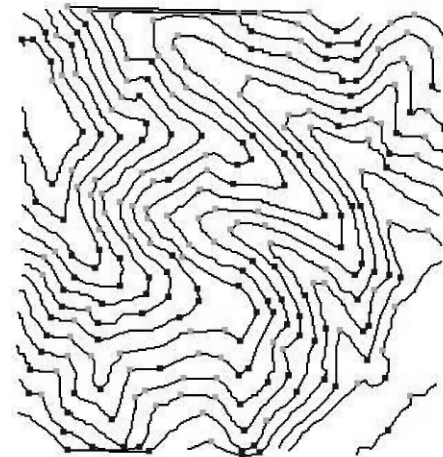
四、试验结果

为了验证本文所述方法的有效性,笔者分别对两组数据进行了试验。采集等高线数据时按逆时针方向进行。首先对每组数据用 Split 方法提取每条等高线的特征点,然后使用外积分类法循环处理特征点,分类结果如图6所示。图中黑色特征点为山脊线候选点,灰色特征点为山谷线候选点。从试验结果可以看出,矢量外积法能够对等高线特征点进行正确分类,

比其他方法有着算法简单、效率高等优点。



(a)



(b)

图6 外积法的分类结果(逆时针选取离散点)

参考文献:

- [1] 黄培之. 具有预测功能的曲线矢量数据压缩方法[J]. 测绘学报, 1995, 24(4): 316-320, 249.
- [2] 费立凡. 地形图等高线成组综合的试验[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 1993(S1): 6-12.
- [3] HUANG Peizhi, LAI P. C. The Detection of Significant Points and Simplification of Digitized Curves[J]. Journal of Geographic Information Science, 2001, 7(2): 131-136.
- [4] 黄培之. 基于等高线特性的三维表面重建方法的研究[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2005, 30(8): 668-672.
- [5] 黄培之. 等高线形状变化规律的研究[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(1): 103-106.
- [6] 黄培之. 提出山脊线和山谷线的一种新方法[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2001, 26(3): 247-252.
- [7] 丘维声. 解析几何[M]. 2版. 北京: 北京大学出版社, 1996: 19-50.