

数字地形图测绘中对称点计算的新方法

赵桂生

(北京农业职业学院, 北京 102442)

New Method of Symmetry Points Computation in Digital Topographic Mapping

ZHAO Guisheng

摘要: 在总结数字测图经验的基础上, 结合数学计算提出对称点计算的新数学模型, 并给出简便的计算公式, 使得对称点的计算更加容易。

关键词: 数字地形图; 对称计算; 数学模型; 数据采集

近些年来, 数字地形图测绘成为大比例尺地形图测绘的主流技术, 相应的测图软件和作业方法趋于成熟。但有些细节问题还有待于进一步探讨。

一、问题的提出

实际工作中遇到的人工地物对称图形比较多, 利用全站仪进行数据采集时, 可以使用数学的方法计算对称点的点位, 以提高数据采集效率。数字测图要求测算出所有地物特征点的坐标。

文献[1-3]都给出了测算方法的数学模型, 其中对称点计算和矩形点计算的公式较繁, 而文献[4]则给出了较为简单的计算公式。如图1所示, 一个轴对称图形测出1、2、...、n点后, 再测出一个对称点(如1'), 则可计算出其他对称点(如2'、3'、4'、...、n')的坐标, 即

$$\left. \begin{aligned} x'_i &= x_{1'} + D_i \cos \alpha_i \\ y'_i &= y_{1'} + D_i \sin \alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, $D_i = \sqrt{\Delta x_{1i}^2 + \Delta y_{1i}^2}$; $\alpha_i = 2\alpha_{1i} - \alpha_{1i} + 180^\circ$ ($i = 2, 3, \dots, n$)。

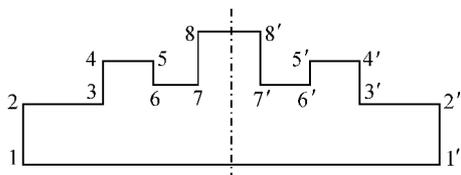


图 1

笔者认为式(1)仍然存在可以改进的地方:

1) 没有给出 α_{1i} 的求解公式。 α_{1i} 的公式是利用坐标反算的, 要用到反正切函数的计算。

2) α_{1i} 的计算公式对观测右边求左边的情况不正确, 所以运用时需要按照测左求右的程序, 不灵活。

3) 同一个对称建筑, 参数 D_i 、 α_{1i} 和 α_i 随点而异, 不是常数, 而且有开方和反正切函数的复杂计算, 不便于编程。

4) 对每个点坐标的计算都需要进行开方、反正切和正(余)弦函数计算, 计算量大且复杂。

5) 计算每一个点的坐标都是在 1 点的基础上加上改正量得到的, 因此 1 点坐标的精度对每一个点都有影响。

二、计算模型的改进

设对称图形轴线为 l , 文献[5]给出了利用数学的方法求得的关于直线对称点的坐标公式。

设直线 $l: ax + by + c = 0$ (a, b 至少有一个不为 0), 点 $1(x_1, y_1)$ 关于直线 l 的对称点的坐标是 $1'(x_{1'}, y_{1'})$, 则

$$\left. \begin{aligned} x_{1'} &= \frac{(b^2 - a^2)x_1 - 2aby_1 - 2ac}{a^2 + b^2} \\ y_{1'} &= \frac{(a^2 - b^2)y_1 - 2abx_1 - 2ac}{a^2 + b^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

1. 公式的改进

式(2)形式复杂, 使其运用价值打折扣。只要对其稍加变形改正, 并令

$$d = \frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2} \quad (3)$$

便可将式(2)改造成能够取代式(1)的形式

$$\left. \begin{aligned} x_{1'} &= x_1 - 2ad \\ y_{1'} &= y_1 - 2bd \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

收稿日期: 2011-10-21

作者简介: 赵桂生(1959—), 男, 北京人, 副教授, 主要从事工程测量和数字测图教学工作。

式中 $i=2, 3, \dots, n$ 。

2. 参数的确定

只要测出对称建筑一对对应点 $1(x_1, y_1)$ 和 $1'(x_1', y_1')$ 利用数学方法不难求得对称轴的参数 a, b, c , 即

$$\left. \begin{aligned} a &= 2(x_1 - x_1') \\ b &= 2(y_1 - y_1') \\ c &= (x_1'^2 - x_1^2) + (y_1'^2 - y_1^2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3. 改进公式的优点

经过改正的式(3)~式(5)具有如下优点:

1) 式中没有繁琐的反三角函数和开方计算, 计算简单。

2) 参数 a, b, c 对一个对称建筑是常数, 只需要计算一次, 且计算简单。

3) 运用式(4)计算对称点位不需要分建筑的左右侧, 容易掌握。

4) 式(3)说明, 不同点坐标是利用对应点坐标加上参数求出的, 能相互验证。

三、计算实例

图1中的某对称建筑1~8点及1'点观测坐标如表1所示。

表1 已知点坐标

点号	x	y
1	1 005.351 8	2 091.990 5
2	1 031.332 6	2 076.990 5
3	1 051.332 6	2 111.631 5
4	1 068.653 1	2 101.631 5
5	1 078.653 1	2 118.952 0
6	1 065.662 7	2 126.451 9
7	1 075.662 7	2 143.772 5
8	1 101.643 5	2 128.772 5
1'	1 105.351 8	2 265.195 5

将1点和1'点坐标代入式(5)求得对称轴参

数: $a = -200, b = -346.41, c = 965\,756.761\,1$; 利用式(3)、式(4)容易算出各未知点的坐标, 如表2所示。

表2 未知点坐标计算

点号	d	x	y
2'	0.25	1 131.332 6	2 250.195 5
3'	0.15	1 111.332 6	2 215.554 5
4'	0.15	1 128.653 1	2 205.554 5
5'	0.10	1 118.653 1	2 188.234 0
6'	0.10	1 105.662 8	2 195.734 0
7'	0.05	1 095.662 7	2 178.413 5
8'	0.05	1 121.643 5	2 163.413 4

当建筑物被其他建筑物或高大植物遮挡视线不通时, 可以测出一对对应点(如图1中的1点和1'点)按照南北方向用钢尺量出点间的距离, 求出各点假定坐标。再利用坐标旋转求得真实坐标。

四、结束语

在数字地形图测绘过程中遇到对称建筑物坐标计算, 使用式(1)比较麻烦, 而结合数学的关于直线对称点坐标计算得到的式(3)~式(5)则计算简单, 尤其利用 Excel 更加方便, 不需要复杂的程序即能达到目的, 希望能对实际工作有所帮助。

参考文献:

- [1] 郝向阳, 赵夫来. 数字测图原理与方法[M]. 北京: 解放军出版社, 2002.
- [2] 潘正风. 数字测图原理与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2004.
- [3] 徐宇飞. 数字测图技术[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2006.
- [4] 杨晓明, 段莉. 数字地形图测绘中的几个问题探析[J]. 测绘通报, 2004(10): 42-45.
- [5] 姚格. 圆锥曲线的轴对称图形方程的求法[J]. 数学教学, 2009(9): 28-29.

(上接第67页)

参考文献:

- [1] 国家煤炭工业局. 建筑物、水体、铁路及主要井巷煤柱

留设与压煤开采规程[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2010.

- [2] 中华人民共和国能源部. 煤矿测量规程[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1989.