

文章编号: 0494-0911(2012)02-0011-03

中图分类号: P231.1

文献标识码: B

# 一种基于欧拉角序列变换的影像外方位元素解算方法

王书民<sup>1</sup>, 张爱武<sup>1</sup>, 胡少兴<sup>2</sup>, 孟宪刚<sup>1</sup>, 杨凌波<sup>1</sup>(1. 首都师范大学 三维信息获取与应用教育部重点实验室, 北京 100048; 2. 北京航空航天大学  
机械工程与自动化学院, 北京 100083)

## A Method of Solving for Image Exterior Orientation Elements Based on Euler Angle Sequence Transformation

WANG Shumin, ZHANG Aiwu, HU Shaoxing, MENG Xiangang, YANG Lingbo

**摘要:** IMU/DGPS 组合导航定位可以获取传感器精确姿态位置数据, 在低空遥感监测中具有重要应用。但是 POS 系统并不能直接输出影像的外方位元素, 需要经过多次转换才能用于影像校正。针对不同 POS 系统输出航偏、俯仰、横滚角的轴序的不同, 详细推导 POS 数据依据欧拉角序列进行余弦变换求解影像外方位元素的一般过程, 并对  $\omega\text{-}\varphi\text{-}\kappa$  和 Yaw-Pitch-Roll 欧拉角序列作重要说明, 且以 NovAtel SPAN-CPT 接收机为例证明该方法的正确性。

**关键词:** 欧拉角序列; 余弦矩阵; 外方位元素

### 一、引言

在航空摄影测量学范围内, 用以确定航摄像片及其中心投影在地辅系中的位置和方向的元素即为航摄相片的外方位元素<sup>[1]</sup>。对于框幅式相机或线推扫式相机的几何校正, 由影像的外方位元素(3个角元素、3个线元素), 根据严格共线方程, 可以进行影像空间位置的校正。但是位置姿态系统(position & orientation system, POS)输出的姿态角参数是惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)本体坐标系相对于导航坐标系3轴夹角的变化, 位置参数是IMU坐标系原点在地心空间直角坐标系中的空间坐标, 并非影像的外方位元素, 不能直接应用于影像的成像研究。依据 POS 数据进行影像外方位元素的求解需要经过多次坐标系转换, 过程较为复杂。本文详细阐述了欧拉角序列变换在影像外方位元素求解过程中的应用, 以 NovAtel SPAN-CPT POS 系统为例, 推导了基于 POS 数据的外方位元素求解过程, 并通过试验证明了该方法的正确性。

### 二、欧拉角序列和直接余弦变换

#### 1. 欧拉角序列

刚体固连的一个轴的空间取向, 需要两个独立的角度来描述, 而刚体绕这个轴的转动, 还需要一个独立的角度来描述。刚体坐标系相对于参考坐

标系的角位置, 可以用3次独立转动的3个转角来确定, 此即为欧拉法<sup>[2]</sup>。依据欧拉旋转理论, 任意两个相互独立的空间直角坐标系可以按照固定的顺序绕坐标轴旋转进行转换, 其前提条件为相邻两次旋转不能绕同一个坐标轴进行<sup>[3]</sup>, 即空间直角坐标系的三维旋转可以通过3次旋转矩阵的相乘来描述, 这样的旋转序列称为欧拉角序列(Euler angle sequence), 由此可知共有12种不同的顺序来描述三维空间的旋转, 如表1所示。

表1 三维空间坐标系变换对应的12种欧拉角序列

XYZ	XZY	XYX	XZX
YXZ	YZX	YXY	YZY
ZXY	ZYX	ZXZ	ZYZ

#### 2. 两个重要的欧拉角序列

1)  $\omega\text{-}\varphi\text{-}\kappa$  序列通常用于获取影像外方位元素后描述像空间坐标系与摄影测量坐标系(地面辅助坐标系)之间的转换。其空对地旋转次序是先围绕 Z 轴按逆时针旋转  $\omega$  角; 在第1次旋转的基础上围绕 Y 轴旋转  $\varphi$  角; 在前两次旋转的基础上围绕 X 轴旋转  $\kappa$  角。

2) Yaw-Pitch-Roll 序列通常用在空中坐标系到地面坐标系的转换中, Yaw、Pitch、Roll 是由 POS 系统输出的 IMU 本体坐标系相对于局部水平坐标系变化的姿态角。其转换过程是先围绕  $k_1$  按逆时针

收稿日期: 2011-05-09

基金项目: 国家自然科学基金(NSFC40601081); 北京市科技新星资助项目(2006B57); 北京市优秀人才资助项目; 北京市人才强教资助项目

作者简介: 王书民(1985—), 男, 河南叶县人, 博士生, 主要研究方向为计算机视觉、机载激光雷达集成与应用等。

旋转Yaw角;在第1次旋转的基础上围绕 $k_2$ 按逆时针旋转Pitch角;在前两次旋转的基础上围绕 $k_3$ 按逆时针旋转Roll角。其中 $k_i(i=1,2,3)$ 为IMU本体坐标系定义时输出Yaw、Pitch、Roll姿态角对应的轴序。不同的POS系统规定的输出航偏、俯仰、横滚角的轴序不同。如加拿大Applanix POS AV是按照ZYX轴序定义的,而NovAtel SPAN-CPT接收机是按照ZXY轴序定义的。

### 3. 直接余弦变换矩阵

空间直角坐标系的旋转可以通过旋转矩阵实现,即直接余弦变换,矩阵的元素是对应坐标轴夹角的余弦。空间直角坐标系 $Oxyz$ 绕 $k_i(i=1,2,3)$ 轴旋转后变换为 $O'x'y'z'$ ,对应坐标轴间无符号夹角余弦构成的旋转矩阵可以表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{x',x} & \cos \theta_{x',y} & \cos \theta_{x',z} \\ \cos \theta_{y',x} & \cos \theta_{y',y} & \cos \theta_{y',z} \\ \cos \theta_{z',x} & \cos \theta_{z',y} & \cos \theta_{z',z} \end{bmatrix}$$

假设 $Oxyz$ 绕 $z$ 轴旋转 $\alpha$ 角度到 $O'x'y'z'$ ,则 $\theta_{x',x} = \theta_{y',y} = \alpha$ , $\theta_{x',y} = \frac{\pi}{2} - \alpha$ , $\theta_{y',x} = \frac{\pi}{2} + \alpha$ , $\theta_{z',z} = 0$ , $\theta_{z',|x',y'|} = \theta_{|x',y'|,z} = \frac{\pi}{2}$ 。

则有

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_z &= \begin{bmatrix} \cos \theta_{x',x} & \cos \theta_{x',y} & 0 \\ \cos \theta_{y',x} & \cos \theta_{y',y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) & 0 \\ \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

同样,可以得出绕 $y$ 轴和绕 $x$ 轴旋转的余弦矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_x &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

三维空间坐标系的变换通常要围绕坐标轴进行多次旋转,即变换矩阵按照特定顺序相乘,由于矩阵乘法不满足交换定律,因此应严格按照规定的欧拉角序列(Euler angle sequence)进行坐标轴

旋转。

### 三、常用坐标系定义及外方位元素求解

国内有大量学者对Applanix POS AV和IGI Areocontrol-II d系列在航空摄影测量中的应用进行了研究<sup>[4-6]</sup>,但是有关NovAtel SPAN-CPT的应用研究相对较少。NovAtel公司的SPAN™技术是通过紧组合将NovAtel的OEMV精确GNSS接收机与德国iMAR公司稳健的IMU进行集成,用这种紧组合的方式可以提供可靠、连续的位置、速度和姿态信息。

#### 1. SPANN-CPT常用坐标系定义

1) 地心空间直角坐标系( $E$ )。即固定在参考椭球上的坐标系,其原点在参考椭球的中心, $X$ 轴指向赤道与格林尼治子午线的交点, $Y$ 轴指向赤道与90°子午线的交点, $Z$ 轴通过北极。

2) 地理导航坐标系( $g$ )。即局部水平坐标系,与参考椭球相切,SPAN-CPT定义的导航坐标系为 $Y$ 轴指向北极, $X$ 轴向东, $Z$ 轴向上。

3) IMU本体坐标系( $b$ )。SPAN-CPT定义的本体坐标系 $Z$ 轴向上, $X$ 、 $Y$ 轴根据封装坐标系(IMU enclosure frame)进行映射,即与POS安装方向有关。本文中POS安装映射后 $Y$ 轴指向飞行方向, $X$ 轴向右。

4) 传感器坐标系( $c$ )。原点位于传感器的透视中心, $X$ 轴指向飞行方向, $Y$ 轴指向传感器左侧, $Z$ 轴向上。

5) 像空间坐标系( $i$ )。原点位于像主点, $X$ 轴指向飞行方向, $Y$ 轴指向影像左侧, $Z$ 轴向上<sup>[7]</sup>。

#### 2. 构建余弦变换矩阵及角元素求解

假设地面点 $P$ 在地辅系中的空间直角坐标为 $(X, Y, Z)$ ,对应影像点在像空间坐标系中的坐标为 $(x, y, -f)$ ,则单帧数据的构像模型

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^m = \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}^m + k \mathbf{R}_E^m \mathbf{R}_g^E \mathbf{R}_b^g \mathbf{R}_c^b \mathbf{R}_i^c \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

从上式可以看出,要精确获取影像的外方位元素,以便根据共线方程进行影像校正,需要进行:  
①像空间坐标系*i*到传感器坐标系*c*的转换,即 $\mathbf{R}_i^c$ ;②传感器坐标系*c*到IMU本体坐标系*b*的转换,即 $\mathbf{R}_c^b$ ;③IMU本体坐标系*b*到导航坐标系*g*的转换,即 $\mathbf{R}_b^g$ ;④导航坐标系*g*到地心空间直角坐标系*E*的转换,即 $\mathbf{R}_g^E$ ;⑤地心空间直角坐标系到摄影测量坐标系的转换,即 $\mathbf{R}_E^m$ 。由于试验测区面积较小,本文不进行地心空间直角坐标系到摄影测量坐标系的转换,即将二者视为同一坐标系, $\mathbf{R}_E^m$ 为单位矩阵。根据欧

拉角序列依次构建直接余弦变换矩阵可得出

$$\mathbf{R}_i^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_c^b = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{R}_c^b$$

$$\Delta \mathbf{R}_c^b = \begin{bmatrix} \cos e_y \cos e_z & \cos e_y \sin e_z & -\sin e_y \\ \sin e_x \sin e_y \cos e_z - \cos e_x \sin e_z & \sin e_x \sin e_y \sin e_z + \cos e_x \cos e_z & \sin e_x \cos e_y \\ \cos e_x \sin e_y \cos e_z + \sin e_x \sin e_z & \cos e_x \sin e_y \sin e_z - \sin e_x \cos e_z & \cos e_x \cos e_y \end{bmatrix}$$

式中,  $e_x, e_y, e_z$  为传感器安装过程中存在的视准轴误差, 可以通过实验室检校获取。

$$\mathbf{R}_b^g = \begin{bmatrix} \cos Y \cos R + \sin Y \sin P \sin R & -\sin Y \cos P & -\cos Y \sin R + \sin Y \sin P \cos R \\ \sin Y \cos R - \cos Y \sin P \sin R & \cos Y \cos P & -\sin Y \sin R - \cos Y \sin P \cos R \\ \cos P \sin R & \sin P & \cos P \cos R \end{bmatrix}$$

式中,  $Y = \text{Yaw}$ ,  $P = \text{Pitch}$ ,  $R = \text{Roll}$ , 它们是由 SPAN-CPT 输出的姿态角。

$$\mathbf{R}_g^E = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(\omega, \varphi, \kappa) = \begin{bmatrix} \cos \omega \cos \varphi & -\sin \omega \cos \kappa - \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ \sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & -\cos \omega \sin \kappa - \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ \sin \varphi & \cos \varphi \sin \kappa & \cos \varphi \cos \kappa \end{bmatrix}$$

根据旋转矩阵  $\mathbf{R}(\omega, \varphi, \kappa)$  元素数据即可解算出外方位角元素  $(\omega, \varphi, \kappa)$ 。

### 3. 线元素的求解

线元素  $X_s, Y_s, Z_s$  为成像瞬间传感器透视中心在成图坐标系(摄影测量坐标系)中的坐标, 同时通过 SPAN-CPT 可以获取成像瞬间 IMU 中心在地心直角坐标系中的坐标  $(X_{\text{IMU}}, Y_{\text{IMU}}, Z_{\text{IMU}})$ , 则

$$\begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}^m = \mathbf{R}_E^m \left\{ \begin{bmatrix} X_{\text{IMU}} \\ Y_{\text{IMU}} \\ Z_{\text{IMU}} \end{bmatrix}^E + \mathbf{R}_g^E \mathbf{R}_b^g \begin{bmatrix} X_l \\ Y_l \\ Z_l \end{bmatrix}^b - \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}^E \right\}$$

式中,  $X_l, Y_l, Z_l$  为传感器中心距 IMU 中心测得的偏心分量;  $(X_0, Y_0, Z_0)$  为地面辅助坐标系原点在地心空间直角坐标系中的坐标, 本试验  $(X_0, Y_0, Z_0)$  取值为  $(0, 0, 0)$ ;  $\mathbf{R}_E^m$  为单位矩阵。

式中,  $\alpha, \beta$  分别为纬度、经度坐标, 它们是由 SPAN-CPT 输出的传感器经纬度位置坐标。

由影像的外方位角元素  $(\omega, \varphi, \kappa)$  构建的旋转矩阵  $\mathbf{R}(\omega, \varphi, \kappa) = \mathbf{R}_E^m \mathbf{R}_g^E \mathbf{R}_b^g \mathbf{R}_c^b$ , 同时

### 四、试验与分析

本文以 2010 年 12 月在三峡库区重庆段约  $3 \text{ km}^2$  范围内进行的无人飞艇低空遥感监测试验为例。飞艇上搭载了佳能 5D mark II 相机, 并装配佳能 28 mm 的定焦镜头, 在后期数据处理中对相机进行了严格检校, 检校精度优于  $\pm 0.8$  个像素。同时, 系统集成了 NovAtel SPAN-CPT 接收机, 通过时间严格同步获取相机曝光时 POS 输出的位置姿态参数, 试验飞行高度为 450 m, 航向重叠 60%, 旁向重叠度 40%, 实际获取有效影像 60 张。由于 POS 系统输出的并非影像的外方位元素, 因此需要在数据处理中依据欧拉角序列构建余弦变换矩阵进行影像外方位元素求解, 相邻两张影像的外方位角元素解算结果如表 2 所示。

表 2 Y-P-R 系统转换为  $\omega\varphi\kappa$  系统 (°)

旋转系统	第 1 组			第 2 组		
	Yaw	Pitch	Roll	Yaw	Pitch	Roll
Y-P-R	12.105 062	4.204 751	3.480 966	10.168 443	5.184 440	2.459 161
$\omega\varphi\kappa$	$\omega$	$\varphi$	$\kappa$	$\omega$	$\varphi$	$\kappa$
	2.737 826	-3.095 024	4.926 010	3.965 891	-3.012 165	5.092 772

由于云台反应的滞后性, 不能及时对传感器姿态进行纠正, 造成传感器主光轴与铅锤方向的夹角

相对较大(有时大于  $3^\circ$  或更大)。飞艇上安装的飞  
(下转第 108 页)

传统实践教学的考核,评定成绩时大多没有明确的指标和标准,往往以学生的出勤率作为考核的基本指标。只要是完整地参加了实习过程,无论在实习过程中是否努力,都能够通过。这种方法不仅不利于激发学生的学习兴趣和激情,反而影响学生的学习主动性和积极性,造成了一些学生在实习过程中缺乏主动性、计算成果抄袭别人等现象,学院的实习考核措施可以有效地防止这些现象的发生。

#### 四、结束语

通过多年教学实践,笔者认识到,教师是实习教学质量的重要保证。“数字测图综合实习”的特点要求实习指导教师首先要有丰富的实践经验和实际操作技能,其次,教师必须有很强的责任心,要处

(上接第13页)

行控制系统(未集成电子罗盘)仅能感应俯仰、横滚方向的变化,同时搭载云台为两轴(俯仰、横滚)校正云台,影像航偏角一般较大,因此飞行控制系统输出数据未能用于后期数据的校正。本试验将 SPAN-CPT 与佳能 5D mark II 相机紧密地固连在云台上,保证相机的垂直性、获取影像的质量及 POS 系统测取传感器位置姿态参数的精度。

试验通过 VC 6.0 实现,对整个测区获取的 60 张影像的外方位元素进行解算后,输入到 Leica 摄影测量软件 LPS 中,基本实现基于直接地理定位的无控制点或少量控制点大比例尺正射影像的制作(如图 1 所示),最后通过 5 个地面控制点进行了精度检验,平面精度为  $\pm 0.1$  m,高程精度为  $\pm 0.15$  m,验证了依据欧拉角序列构建余弦矩阵进行外方位元素求解过程的正确性。



图 1 基于直接地理定位的低空遥感监测正射影像制作

#### 五、结束语

IMU/DGPS 组合导航定位在基于移动式平台的

理好理论教学与实践教学的关系,要克服重理论、轻实践的错误理念,努力抓好实践教学,充分考虑测绘工程专业应用性、实践性强的特点,处理好课堂教学与实习、实验的关系,努力培养既有理论和实践能力,又有创新精神和综合素质的新型测绘人才。

#### 参考文献:

- [1] 潘正风,杨正尧,程效军,等. 数字测图的原理与方法 [M]. 武汉:武汉大学出版社,2004.
- [2] 翟翊,赵夫来,郝向阳. 现代测量学 [M]. 北京:解放军出版社,2003.
- [3] 翟翊,赵夫来,杨玉海. 现行《测量学》教材中若干问题探讨 [J]. 测绘通报,2008(4):29-31.

数字摄影测量系统中,可以实现直接地理定位,极大地减少了测取控制点的工作量。但是对于 Yaw-Pitch-Roll 与  $\omega\text{-}\varphi\text{-}\kappa$  序列,两者不能混淆使用。Yaw-Pitch-Roll 系统必须通过多次坐标空间转换才能应用于共线方程,进行成像过程的模拟;而依据欧拉角序列构建余弦变换矩阵从 POS 数据中求解影像外方位元素时,应当特别注意坐标系之间旋转变换的顺序。

#### 参考文献:

- [1] 刘静宇. 航空摄影测量学 [M]. 北京:解放军出版社,1995.
- [2] 宫经宽. 航空机载惯性导航系统 [M]. 北京:航空工业出版社,2010.
- [3] DIEBEL J. Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternion, and Rotation Vectors [EB/OL]. 2006-10-26 [2011-10-31]. <http://ai.stanford.edu/diebel/attitude.html>.
- [4] 刘军,王冬红,张永生. GPS/INS 系统 HPR 与 OPK 角元素的剖析与转换 [J]. 测绘科学,2006,31(5):54-56.
- [5] 刘军,张永生,王冬红,等. INS/DGPS 支持的机载线阵推扫影像几何校正 [J]. 遥感学报,2006,10(1):21-26.
- [6] 徐卫明,王建宇,舒嵘,等. 线阵推扫成像光谱仪几何校正误差的理论分析 [J]. 红外与毫米波报,2006,25(2):109-112.
- [7] NOVAtel. SPAN-CPT Receiver User Manual [EB/OL]. 2010-08-31[2011-10-31]. <http://webone.novatel.calasets/Documents/lom-20000122.pdf>.