

# 基于小波变换的桥梁风振变形监测数据处理

李 振, 朱 锋, 陈家君

(武汉大学 测绘学院 湖北 武汉 430079)

## Analysis and Processing of Wind Shock Deformation Monitoring Data for Bridge Based on Wavelet Transform

LI Zhen, ZHU Feng, CHEN Jiajun

**摘要:** 讨论小波变换应用于变形监测数据的去噪和提取变形趋势、频率特征及突变点的理论方法,并对桥梁风振变形监测数据进行小波分析处理。试验结果表明,小波变换能够很好地完成数据去噪与提取频率项、变形趋势项和检测突变点等信息,数据处理效果显著。

**关键词:** 小波变换; 变形监测; 数据去噪; 提取信息

由风引起的静力作用和动力作用对桥梁产生的各种振动效应,会使得桥梁发生弯曲和扭转,这在测量中被描述为物体的变形,它是随时间或空间变化的信号。监测获取的变形信号,包含了有用信号和误差,而有用信号中又包含时效、频率特征、突变点等信息,这些信息对于解释变形机理有重要作用。由于小波变换是时频局部化分析,它通过伸缩平移运算对信号逐步进行多尺度细化,其变焦能力使得其时频分辨率能自适应时变、非平稳信号特性,从而能够聚焦到信号的任意细节。因此,小波变换能够实现变形监测数据的高效去噪<sup>[1]</sup>,准确提取趋势项和频率项<sup>[2-3]</sup>以及定位突变点。本文对桥梁风振变形监测数据进行了小波变换的处理分析,很好地完成了数据的去噪并提取有效信息,包括时效项、频率项和突变点。

### 一、小波变换原理

在小波分析中,尺度函数  $\varphi(x)$  与小波函数  $\psi(x)$  是起着决定性作用的两个函数,可通过这两个函数所生成的函数簇对信号实现分解和重构。其中,尺度函数表示信号低频整体部分;小波函数表示信号高频细节部分。

考虑某一尺度函数  $\varphi(x)$  通过伸缩和平移得到  $\varphi(2^n x - k)$ ,其张成的空间表示为  $V_n = \text{span} [2^{\frac{n}{2}} \varphi(2^n x - k); k \in Z]$ ,如果  $V_n$  满足正交多分辨率分析条件,则双尺度方程<sup>[4]</sup>为

$$\left. \begin{aligned} \phi(x) &= \sum_k h_k \phi(2x - k) \\ \psi(x) &= \sum_k g_k \psi(2x - k) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $h_k = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \overline{\varphi(2x - k)} dx$ ;  $g_k = (-1)^k \overline{h_{1-k}}$ ; 而小波基函数为  $\psi(x)$ 。

在信号分解与重构中,有著名的塔式 Mallat 算法。设有离散信号  $c_k^j(t)$ ,将其加载到尺度函数上得到  $f_j(t) = \sum_k c_k^j(t) \varphi_{j,k}(t)$ ,则有如下 Mallat 算法<sup>[5]</sup>卷积表达形式

重构

$$c^j = (Uc^{j-1})h + (Ud^{j-1})g$$

分解

$$\left. \begin{aligned} c^{j-1} &= D(c^j \overline{h^*}) \\ d^{j-1} &= D(c^j \overline{g^*}) \end{aligned} \right\}$$

式中  $c^{j-1}$  表示分辨率  $2^{j-1}$  上的近似信息;  $d^{j-1}$  表示位于分辨率  $2^{j-1} \sim 2^j$  之间的细节信息。该塔式 Mallat 算法就是离散信号的小波变换。

### 二、小波分析方法

#### 1. 信噪分离

设长度为  $N$  的信号  $f_n$  被噪声  $e_n$  污染,所测得的含噪数据为  $X_n = f_n + e_n$ 。通过 Mallat 算法对含噪信号进行分解,一般噪声的持续时间很低,频率很高,而有用信号在低频段,高频信号会被小波分解过滤到小波空间,对小波系数作阈值处理,阈值如下

收稿日期: 2011-08-16

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2009AA12Z116)

作者简介: 李 振(1985—),男,山东枣庄人,博士,主要研究方向为地面三维激光雷达数据处理与应用。

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N} \quad (2)$$

式中  $\lambda$  为阈值;  $\sigma$  为估计的噪声方差根。

用阈值法去噪几乎能够完全抑制噪声,并能很好地保留反映原始信号的特征尖峰点。

## 2. 提取时效

变形体在荷载作用下发生徐变,导致变形体在位移上呈趋势性变化,这种趋势过程称为时效<sup>[6]</sup>。

时效变化往往是长周期的,其频率很低。对信号作小波分解,低频信号逐渐被提取到小波变换最大尺度的低频系数上,并且随着尺度增加,时间分辨率降低,对信号发展的趋势表现得更为明显。因此时效可在最大尺度的尺度空间重构后获得。

## 3. 识别频率特征

变形体受周期性外力或环境量的作用,其形变也会带有周期性。周期变化的特征的最重要的物理量是频率。

本文定性地讨论小波可以识别频率特征的原因,图1为 Meyer 小波图形,可以看出其中心形似一般的周期函数,两边快速衰减,因此可以理解为具有某频率特征的窗口函数。如果某信号的频率接近小波函数频率,当波峰重叠时,在窗口内,信号和小波几乎重合,变换后其幅值被增益。而频率不接近的信号,由于小波的正负震荡性及  $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ , 其幅值被衰减,这样就可以达到滤波的效果,分辨出各种频率。

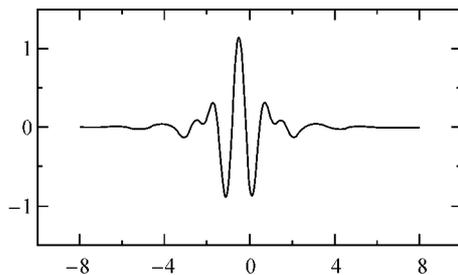


图1 Meyer 小波

## 4. 检测奇异值

函数局部奇异性通常用 Lipschitz 指数来描述。定义如下:

设  $n$  是一非负整数,  $n < \alpha \leq n + 1$ , 如果存在着两个常数  $A$  和  $h_0 > 0$  以及  $n$  次多项式  $P_n(h)$ , 使得对任意的  $h \leq h_0$  均有

$$|f(x_0 + h) - P_n(h)| \leq A |h|^\alpha \quad (3)$$

则称为函数  $f(x)$  在点  $x_0$  为 Lipschitz  $\alpha$ 。

小波理论中证明了 Lipschitz  $\alpha$  与小波变换模之间的关系:  $|W_f(u)| \leq A s^\alpha$ , 当 Lipschitz  $\alpha < 0$  时, 随

着尺度  $s$  的增加, 小波变换模减小; 当 Lipschitz  $\alpha = 0$  时, 小波变换模不随尺度  $s$  变化; 当 Lipschitz  $\alpha > 0$  时, 小波变换模随尺度  $s$  增加而变大, 并且  $\alpha$  越大, 增加的幅度越大。这表明了不同的 Lipschitz  $\alpha$  函数小波变换模的尺度传播特性。

突变点可分为两类, 一类是  $\alpha \leq 0$  的突变点, 如  $\delta$  函数、不连续点、白噪声点, 这些小波变换模在细尺度上能够明显地反映出来; 另一类是某高阶微分不连续, 如速度、加速度突变点, 这些点处的 Lipschitz  $\alpha$  比其他高阶微分连续的点小 1, 因此它的小波变换模随尺度减小比其他点衰减得慢, 可以在某细尺度下反映出来, 当然随着尺度减小, 小波变换模也会衰减至零。

## 三、斜拉桥风振变形数据处理分析

为了研究斜拉桥的风振响应以便监测桥梁的安全情况, 在某斜拉桥上使用 GPS 桥梁健康监测系统进行试验。整个监测系统由 1 个风传感器、3 台 Trimble 5700 GPS 双频接收机组组成, 风速测量精度为  $\pm(0.5 \text{ m/s} + 0.05 \times \text{风速})$ , 测量范围为  $1.5 \sim 40 \text{ m/s}$ , 风向测量范围  $0^\circ \sim 360^\circ$ , 接收机最高采样频率可达  $20 \text{ Hz}$ , 实时定位精度平面可达  $\pm 10 \text{ mm}$ , 高程可达  $\pm 20 \text{ mm}$ 。一台作为基准站安置在斜拉桥远线不远处的开旷稳定点上, 两台作为流动站安置在斜拉桥中央的人行道, 相距  $50 \text{ m}$ , 解算的数据全部转换到斜拉桥局部坐标系下, 以斜拉桥纵向为  $Y$  坐标, 横向为  $X$  坐标。本例获取的数据, 风速在  $8 \sim 12 \text{ m/s}$ , 为 5 级风力左右, 风振变形数据  $30 \text{ s}$  采样一次, 共采样 1000 个值。如图 2 所示, 纵坐标为  $X$  方向的位移量, 由于桥梁通行车辆频繁, GPS 实时定位精度有限且受到各种干扰, 噪声严重, 有效信息几乎被淹没, 无法识别出变形信号的特特征项。

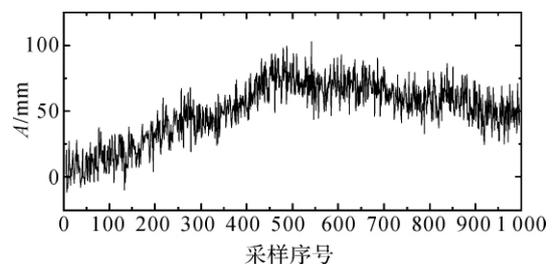


图2 斜拉桥风振变形监测数据

在众多小波中, db 系列小波具有良好的数据分析能力。本文选用 db6 小波进行 6 层分解, 采用统一的  $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N}$  软阈值法进行去噪, 结果如图 3 所示, 去噪后的信号十分光滑, 去噪效果显著, 小波变换可以将原始信号趋势从强噪声中分离

出来。

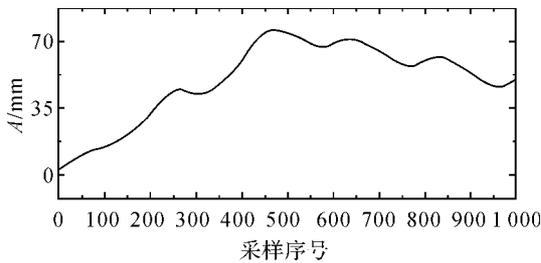


图3 斜拉桥风振变形监测去噪数据

用 db8 小波对原始信号进行 8 层分解,提取高频中第 7 层小波系数重构,得到图 4,呈现波动形式,是风振变形信号的频率特征项,图中存在 5 个波峰,因此频率为 5 Hz。对第 8 层低频系数重构得到图 5,可作为风振变形时效项,位移值大小数量级和原始信号一致,反映了风振下的桥梁变形趋势,该项是桥梁的主要变形项。最后使用高斯复小波对提取后的时效进行突变点检测,幅角的灰度图如图 6 所示。

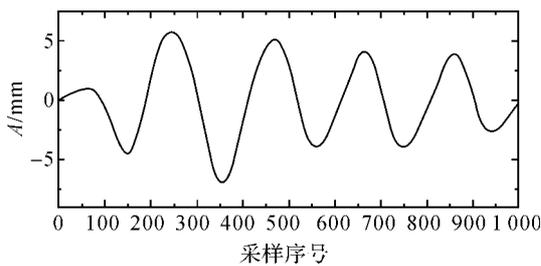


图4 第7层高频系数重构(频率特征)

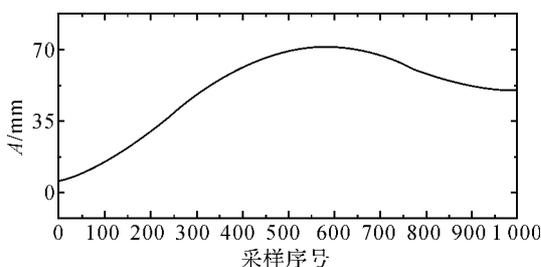


图5 第8层高频系数重构(时效项)

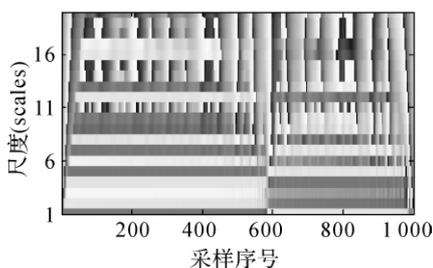


图6 高斯复小波提取突变点位置

从图 6 中最底层可以发现,白色和深灰色之间有分解处,此处就是检测到的突变位置,约 580 点处。该点对应的是图 5 时效项的极大值点,它是时效项的逆转点,时效项的值由此开始递减。

斜拉桥在风致振动作用下,发生弹性位移,产生微小的来回摆动,当摆动超过限值,会发生斜拉桥断裂。使用小波技术可以有效地从强噪声中提取风振变形信号,初步处理结果表明,在本例数据长度内存在 5 Hz 的频率项,其值不大,时效项是风振变形值的主要部分,而检测到的突变点是时效项的逆转点。因此小波变换有很好的预处理效果。

### 四、结束语

本文给出了变形数据去噪和提取频率项、时效项及突变项的小波方法,并对斜拉桥风振变形监测数据进行小波变换,完成了变形监测数据去噪并提取了各类有效信息,表明了小波变换应用于桥梁风振变形监测数据处理的可行性和有效性,这些提取的信息在解释变形机理上有重要意义。本文对斜拉桥风振变形监测数据作了初步的处理,由于没有其他资料可以提供,处理结果的可靠性是较低的。如在去噪中,噪声往往和某些有用高频信号混合在一起,使得两者难以正确分离,本例中有可能丢失了这些高频信息。但是处理结果仍提供了初步的信息,且数据处理效果显著,相比于其他方法,小波变换更有效,完善小波变换在变形监测数据处理分析中的应用有待进一步研究。

### 参考文献:

- [1] 李旋,戴吾蛟,田晓振.小波去噪在 GPS 动态监测数据处理中的应用[J].测绘信息工程 2007,32(5):44-45.
- [2] 王坚,高井祥,郑南山.基于小波理论的沉降监测数据序列分析[J].大地测量与地球动力学 2005,25(4):91-95.
- [3] 黄声享,刘经南,柳响林.小波分析在高层建筑动态监测中的应用[J].测绘学报 2003,32(2):153-157.
- [4] 成礼智,王红霞,罗永.小波的理论及应用[M].北京:科学出版社 2004:67-68.
- [5] MALLAT S G. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Models[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1987, 37: 2091-2110.
- [6] 徐洪钟,吴中如,李雪红,等.基于小波分析的大坝变形观测数据的趋势分量提取[J].武汉大学学报:工学版 2003,36(6):5-8.