文章编号：0494-0911(2011)10-0001-04　　**中图分类号**：P221　　**文献标识码**：B

基于整体最小二乘的参数估计新方法及精度评定

许超钤，姚宜斌，张　豹，何　林

(武汉大学 测绘学院，湖北 武汉 430079)

New Method of Parameters Estimation and Accuracy Evaluation Based on TLS

XU Chaoqian, YAO Yibin, ZHANG Bao, HE Lin

摘要：根据拉格朗日原理，推导运用整体最小二乘求解间接平差、附有限制条件的间接平差这两种测量数据处理模型，得到简单、易于编程实现的新迭代算法。给出整体最小二乘参数估计的单位权中误差计算公式以及待估参数的近似精度评定公式，并通过实际算例进行验证分析。

关键词：整体最小二乘；间接平差；附有限制条件的整体最小二乘；迭代算法；精度评定

经典最小二乘法只考虑了观测向量的误差，认为系数矩阵没有任何误差，而观测向量和系数矩阵在实际中一般都是有误差的，经典最小二乘忽略了这项误差，导致所估计出来的结果在统计上是有偏的，不是最优的。而整体最小二乘法对所有需要修正的变量都进行了最小化约束，理论上更加严密。常用的整体最小二乘解算方法有奇异分解法、完全正交法、Cholesky 分解法[1]、增广矩阵法[2]，但这些方法的计算过程相对较为复杂，不利于编程实现。本文运用拉格朗日原理推导了利于编程实现的整体最小二乘迭代算法。在进行测绘数据处理的过程中，会遇到附有限制条件的问题，而关于附有限制条件的整体最小二乘求解问题至今尚未提出有效的解决办法，这也制约了整体最小二乘在测绘数据处理领域中的推广应用。为此，本文推导了附有限制条件的整体最小二乘求解算法。目前还没有针对整体最小二乘精度评定方面的深入研究，本文给出了整体最小二乘的单位权中误差计算公式以及待估参数的近似精度评定公式，并通过实际算例对求解方法进行验证分析。

一、整体最小二乘求解间接平差模型

间接平差的函数模型为[3]

$$\hat{L} = B\hat{X} + d$$

平差时，一般对参数 $\hat{X}$ 都要取近似值 X^0，令

$$\hat{X} = X^0 + \hat{x}$$

代入上式，并令

$$l = L - (BX^0 + d) = L - L^0$$

式中，$L^0 = BX^0 + d$，为观测值的近似值，所以 l 是观测值与近似值之差。由此可得误差方程

$$V = B\hat{x} - l$$

整体最小二乘考虑了系数矩阵存在误差，方程要求解的是观测值的改正数 V、系数矩阵的改正数 V_S 以及待估参数 $\hat{x}$，在求解过程中将其等价为一个带约束的标准最小二乘问题，然后运用拉格朗日乘数法来求解。结合整体最小二乘的思想，在系数矩阵 B 中也是存在误差的，设其误差为 V_B，那么有

$$l + V = (B + V_B)\hat{x} \tag{1}$$

式中，l 为 $n \times 1$ 的观测值向量；V 为 $n \times 1$ 的观测误差向量；B 为 $n \times m$ 的系数矩阵；V_B 为 $n \times m$ 的系数误差矩阵；$\hat{x}$ 为 $m \times 1$ 的待估参数向量。式(1)即为基于整体最小二乘估计准则的间接平差基本模型。根据整体最小二乘原理，对于式(1)的参数求解，要使其能够满足如下条件

$$V_b^{\mathrm{T}} V_b + V^{\mathrm{T}} V = \min(\hat{x}) \tag{2}$$

式中，$V_b = \mathrm{vec}(V_B)$，$\mathrm{vec}(V_B)$ 表示矩阵 V_B 中按照从左往右顺序的每一列。

利用整体最小二乘原理进行间接平差时，构造拉格朗日目标函数

$$\Phi = V_b^{\mathrm{T}} V_b + V^{\mathrm{T}} V + 2\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(l - B\hat{x} + V - V_B\hat{x})$$

式中，$V_b = \mathrm{vec}(V_B)$；$\boldsymbol{\lambda}$ 为 $n \times 1$ 的拉格朗日乘数向量；$V_B\hat{x} = (\hat{x}^{\mathrm{T}} \otimes I_n) V_b$，其中 $\otimes$ 为矩阵的张量积。根据拉格朗日函数的必要条件，分别对 V、V_b、$\boldsymbol{\lambda}$、$\hat{x}$ 求导、化简可得式(3)

收稿日期：2010-09-06
基金项目：武汉大学国家大学生创新实验资助项目(091048645)；国家自然科学基金资助项目(41174012)
作者简介：许超钤(1990—)，男，湖北天门人，本科生，主要研究方向为 GPS 气象及测量数据处理。

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{V}+\boldsymbol{\lambda}=0\\&\boldsymbol{V}_B-\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}=0\\&\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{V}-\boldsymbol{V}_B\hat{\boldsymbol{x}}=0\\&\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{V}_B^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}=0\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

由式(3)可得

$$\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}=-\boldsymbol{V}+\boldsymbol{V}_B\hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{\lambda}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})\tag{4}$$

同时可得误差改正数为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{V}=-\boldsymbol{\lambda}=-(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})^{-1}\\&\boldsymbol{V}_B=\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

由式(5)可得

$$\boldsymbol{V}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_b+\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})/(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=k\tag{6}$$

这里,令 $N=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$,将式(4)左右两边同时乘以 $-\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$ 并联立式(3)可得

$$\begin{aligned}N\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{M}&=-\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=\boldsymbol{V}_B^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=\\&\hat{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})=\hat{\boldsymbol{x}}\left[(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})/(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})\right]=\hat{\boldsymbol{x}}k\end{aligned}\tag{7}$$

根据整体最小二乘原理,所求得的最佳估计参数 $\hat{x}$ 要使得 k 取最小值。对于参数的最优估计可以采用迭代的方法,迭代的基本思想为:先赋予 k 一个初值求得待估参数 $\hat{x}$,然后再通过所求得的待估参数 $\hat{x}$ 来修正 k 的值,依此迭代,直到两次求得的待估参数 $\hat{x}$ 小于某一个极小值为止。首先令 $k=0$,则有

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(1)}=\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{M}$$

可以看出,当 $k=0$ 时,所求得的 $\hat{x}$ 的值为最小二乘解的形式。根据求得的参数 $\hat{x}$ 依据式(6)求得 k 的值,即

$$k^{(i)}=(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)})/(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)})\quad(i\geqslant1)\tag{8}$$

再依据式(7)求得 $\hat{x}$ 的新估值

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i+1)}=\boldsymbol{N}^{-1}(\boldsymbol{M}+\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}k^{(i)})\quad(i\geqslant1)\tag{9}$$

重复进行式(8)和式(9),当 $|\hat{\boldsymbol{x}}^{(i+1)}-\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}|<\varepsilon$ 时,停止迭代,其中 ε 为极小值。运用整体最小二乘原则求解间接平差模型的流程图如图 1 所示。

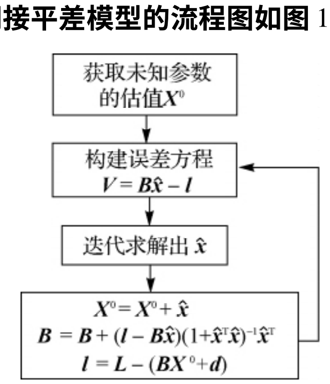

图 1 运用整体最小二乘原则求解间接平差模型的流程图

二、整体最小二乘求解附有限制条件的间接平差模型

依据整体最小二乘原理的附有限制条件的间接平差的误差方程为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{l}+\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{V}_B)\hat{\boldsymbol{x}}\\&\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{W}=0\end{aligned}\right\}$$

式中,$\boldsymbol{l}$ 为 $n\times1$ 的观测值向量;$\boldsymbol{V}$ 为 $n\times1$ 的观测误差向量;$\boldsymbol{B}$ 为 $n\times m$ 的系数矩阵;$\boldsymbol{V}_B$ 为 $n\times m$ 的系数误差矩阵;$\hat{x}$ 为 $m\times1$ 的待估参数向量;$\boldsymbol{C}$ 为 $c\times m$ 的限制系数矩阵;$\boldsymbol{W}$ 为 $c\times1$ 的向量,满足 $m>c$。该问题依然可以用拉格朗日原理进行求解,根据整体最小二乘原理,建立拉格朗日目标函数如下

$$\begin{aligned}\Phi=\boldsymbol{V}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_b+\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}+2\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{V}-\boldsymbol{V}_B\hat{\boldsymbol{x}})-\\2\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}-\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}})\end{aligned}$$

根据拉格朗日函数的必要条件,分别对 $\boldsymbol{V}$、$\boldsymbol{V}_b$、$\boldsymbol{\lambda}$、$\boldsymbol{\mu}$、$\hat{x}$ 求导,经过转换可得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{V}+\boldsymbol{\lambda}=0\\&\boldsymbol{V}_B-\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}=0\\&\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{V}-\boldsymbol{V}_B\hat{\boldsymbol{x}}=0\\&-\boldsymbol{W}+\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}=0\\&\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{V}_B^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}=0\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

再由式(10)可得

$$\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}}=-\boldsymbol{V}+\boldsymbol{V}_B\hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{\lambda}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})\tag{11}$$

同时也可以得到误差改正数的计算公式为

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{V}=-\boldsymbol{\lambda}=-(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})^{-1}\\&\boldsymbol{V}_B=\boldsymbol{\lambda}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

根据式(12),可得下列关系

$$k=(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})/(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=\boldsymbol{V}_b^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_b+\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}$$

令 $N=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$,先将式(11)左右两边都乘以 $-\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$ 然后再加上 $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})$,联立式(10)有

$$\begin{aligned}N\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{M}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})&=-(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu})(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=\\\boldsymbol{V}_B^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})&=\hat{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})=\\\hat{\boldsymbol{x}}\left[(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{l}-\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{x}})/(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})\right]&=\hat{\boldsymbol{x}}k\end{aligned}\tag{13}$$

联立式(10)和式(13)可得到

$$\left.\begin{aligned}&N\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{M}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})=\hat{\boldsymbol{x}}k\\&\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{W}=0\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

根据整体最小二乘原理,所求得的最佳估计参数 $\hat{x}$ 使得 k 取得最小值。对于参数的最优估计也可以采用迭代的方法进行。由于 $\boldsymbol{\mu}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})$ 形式复杂,这里构建新的参数 $\boldsymbol{t}=\boldsymbol{\mu}(1+\hat{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{x}})$,$k$ 一般为接近零的较小的值,则先令 $k=0$,由此根据式(14)得到初始化条件

$$\begin{bmatrix}\hat{x}^{(1)}\\t^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}N & C^{\mathrm{T}}\\C & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}M\\W\end{bmatrix}$$

运用下面的式子来进行迭代计算

$$k^{(i)}=(l-B\hat{x}^{(i)})^{\mathrm{T}}(l-B\hat{x}^{(i)})/(1+\hat{x}^{(i)\mathrm{T}}\hat{x}^{(i)})$$

$$\begin{bmatrix}\hat{x}^{(i+1)}\\t^{(i+1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}N & C^{\mathrm{T}}\\C & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}M+\hat{x}^{(i)}k^{(i)}\\W\end{bmatrix}$$

式中，$i\geqslant 1$。

求得待估参数 $\hat{x}$ 后，根据式(12)即可求得观测值的改正数 V 和系数矩阵的改正数 V_B。总体的求解流程与图 1 所示流程类似。

三、精度评定

1. 单位权中误差

单位权中误差计算公式为

$$\hat{\sigma}_0=\pm\sqrt{\frac{V_b^{\mathrm{T}}V_b+V^{\mathrm{T}}V}{f}}$$

式中，f 为自由度。

无限制条件时，单位权中方差的计算公式为

$$\hat{\sigma}_0=\pm\sqrt{\frac{V_b^{\mathrm{T}}V_b+V^{\mathrm{T}}V}{n-m}}$$

式中，n 为观测方程的个数；m 为待求参数个数。

附有限制条件时，单位权中方差的计算公式为

$$\hat{\sigma}_0=\pm\sqrt{\frac{V_b^{\mathrm{T}}V_b+V^{\mathrm{T}}V}{n-m+c}}$$

式中，n 为观测方程的个数；m 为待求参数个数；c 为限制条件方程个数。

2. 待估参数的精度评定

根据方差的定义，有

$$D_X=E[(X-E(X))(X-E(X))^{\mathrm{T}}]$$

测量中的观测方程为

$$\hat{L}=\hat{B}\hat{X}+d$$

写成函数的形式为 $F(\hat{L},\hat{B},\hat{X})=0$，根据文献[4]，误差传播在隐函数中，有

$$\mathrm{d}X=\frac{\partial X}{\partial L}\mathrm{d}L+\frac{\partial X}{\partial B}\mathrm{d}B$$

式中，$\frac{\partial X}{\partial L}=-\frac{F_L}{F_X}$；$\frac{\partial X}{\partial B}=-\frac{F_B}{F_X}$。

由误差传播率可得到 $\hat{X}$ 的中误差

$$\hat{\sigma}_X=\pm\sqrt{KDK^{\mathrm{T}}}$$

式中，$K=\begin{bmatrix}\frac{\partial X}{\partial L} & \frac{\partial X}{\partial B}\end{bmatrix}$。

通过对隐函数求导提取估计量对观测量的线性信息，然后通过误差传播定律估计出待估参数的误差。

整体最小二乘求解间接平差模型待估参数的近似方差计算公式如下

$$D_X\approx\hat{\sigma}_0^2(N-kl_m)^{-1}N(N-kl_m)^{-1}=(n-m)^{-1}[k(N-kl_m)^{-1}+k^2(N-kl_m)^{-2}]$$

四、实例分析

1. 曲线拟合

利用文献[1]表 3.18 中的数据来拟合曲线函数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$，分别采用最小二乘、整体最小二乘迭代算法、文献[2]中的增广矩阵法进行拟合计算，结果如表 1 所示。

表 1 不同方法解算结果

采用方法	a	b	c	d	单位权中误差
LS	0.974 207 43	−1.951 315 74	−2.709 185 24	3.800 497 70	±0.916 068 03
文献[1] TLS	0.976 545 66	−1.964 932 17	−2.755 272 90	4.021 330 59	±0.171 446 81
本文 TLS	0.976 519 29	−1.964 898 08	−2.754 958 54	4.021 193 66	±0.031 536 05
文献[2] 增广矩阵法	0.976 519 29	−1.964 898 08	−2.754 958 54	4.021 193 66	±0.031 536 05

通过计算结果可以看出利用本文提出的整体最小二乘的迭代解法所求得的结果与文献[2]的增广矩阵法求得的结果相同，且与文献[1]中的求解结果非常相近，说明本文提出的迭代解法是正确的。但按照本文提出的迭代解法和文献[2]的增广矩阵法得到的单位权中误差更小，同时本文提出的迭代解法更利于编程实现。比较整体最小二乘与最小二乘的结果可以发现在曲线拟合结果中有着一些差异，整体最小二乘比最小二乘具有更高的精度。

2. 三维任意旋转角坐标转换

根据文献[5]，在三维任意旋转角坐标转换模型中，将旋转矩阵 R 中的 9 个元素都当做未知参数，这比原来共增加了 6 个参数。旋转矩阵 R 是一个正交矩阵，满足 $RR^{\mathrm{T}}=R^{\mathrm{T}}R=E$，由此可以产生 6 个限制条件，从而构成了附有限制条件的间接平差

模型。表 2 是模拟的真值数据。

表 2　模拟的真值数据　　　　　　　　　　　　m

点号	原始坐标系			目的坐标系		
	X	Y	Z	X^F	Y^F	Z^F
1	1 000	1 000	100	16 090. 153 4	9 946. 404 2	20 904. 816 5
2	-1 000	1 000	50	15 367. 091 3	11 318. 756 7	19 641. 357 0
3	-1 000	-1 000	200	13 753. 825 5	10 170. 421 3	19 323. 238 8
4	900	-1 000	80	14 527. 846 3	8 801. 458 9	20 396. 194 4
5	661	500	81	15 589. 254 3	9 873. 232 3	20 574. 622 7
6	334	456	90	15 428. 325 8	10 077. 751 7	20 371. 596 1
7	-666	212	154	14 833. 207 4	10 651. 362 9	19 754. 800 9
8	453	-231	131	14 924. 212 2	9 596. 386 4	20 327. 235 8
9	-341	-231	69	14 659. 077 5	10 124. 796 3	19 793. 600 6
10	435	-765	133	14 506. 517 3	9 287. 489 9	20 202. 344 2

取前 5 个点作为公共点,后 5 个点作为待求点,利用本文提出的整体最小二乘求解附有限制条件的间接平差模型进行求解。取前 5 个点作为公共点解算得到的 7 个转换参数结果如下: $\Phi = 22°55'05''$, $\Psi = 34°22'38''$, $\theta = 49°04'25''$, $\Delta X = 15\ 000$ m, $\Delta Y = 10\ 000$ m, $\Delta Z = 20\ 000$ m, $m = 1$。利用此结果对后5 个点进行坐标转换,得到后 5 个点在目的坐标系下的坐标与真值数据相同,验证了本文提出的整体最小二乘求解附有限制条件的间接平差模型方法是正确的。

五、结束语

运用整体最小二乘解算间接平差,增加了理论的严密性,使得估计出的参数是最优的,且给出的整体最小二乘的迭代解法,计算简便,易于编程实现。实现了整体最小二乘求解附有限制条件的间接平差,有利于整体最小二乘法在测绘数据处理领域中的推广。但从目前整体来看,整体最小二乘方法在测绘领域的应用研究还比较片面,只是针对某些工程项目进行了应用研究的探索,且整体最小二乘中定权策略、待估参数的精确精度评定及可靠性理论等还有待作进一步研究,距形成完整的应用理论体系还有一定的距离。

参考文献:

[1] 董校洪. 整体最小二乘法在工程测量上的应用[D]. 上海: 同济大学,2009.

[2] 邱卫宁,陶本藻,姚宜斌,等. 测量数据处理理论与方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社,2008.

[3] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社,2003.

[4] 邓永和. 误差传播律应用的研究[J]. 大地测量与地球动力学,2007,27(6):65-67.

[5] 陈义,沈云中,刘大杰. 适用于大旋转角的三维基准转换的一种简便模型[J]. 武汉大学学报: 信息科学版,2004,29(12):1101-1105.

《遥感影像的城市热环境综合信息图谱研究》出版

[本刊讯]　由余明编著的《遥感影像的城市热环境综合信息图谱研究》一书,已于 2011 年 10 月由测绘出版社出版。

城市热环境及其热效应是当前城市气候与环境研究中最为重要的内容之一。城市热环境作为城市生态环境的综合体现,对城市空气质量、能耗结构以及公共健康等方面都有着深远影响。该书以福建东南沿海城市为例,在 GIS 集成技术支持下,对闽东南主要城市热环境综合信息图谱的构建及应用进行研究,分析了城市热环境的时空动态演变规律,为区域可持续发展提供参考意见。

该书可作为地理、测绘、生态与环境、遥感、地图与地理信息系统专业高年级本科生或研究生的选读教材,以及相关专业的技术人员和有关大、中专院校师生从事生态环境研究的参考书目。

该书为 16 开本,定价 36.00 元。

(本刊编辑部)