

一种改进的极大验后估计序列超分辨率重建算法

范 铀^{1,2} 范 冲²

(1. 广东南方数码科技有限公司, 广东 广州 510665; 2. 中南大学 地球科学与信息物理学院, 湖南 长沙 410083)

An Improved MAP Super-resolution Reconstruction Approach from Image Sequences

FAN You, FAN Chong

摘要:提出一种基于极大验后估计(MAP)超分辨率重建算法的新的改进算法。该算法将MAP算法或其他超分辨率重建算法所获得的高分辨率影像引入到MAP算法中,主要思想是基于所求取的分辨率应该与理想的高分辨率影像最大相关的原理。最后采取基于灰度的四参数仿射变换模型的配准算法,采用共轭梯度算法来迭代求解超分辨率重建方程。仿真试验证明,与普通MAP超分辨率重建的高分辨率影像相比,改进算法所获得的影像细节更清晰,对噪声的压制更明显,峰值信噪比(PSNR)也有明显提高。

关键词:超分辨率; 图像配准; MAP

一、引言

许多图像系统在获取图像的过程中有多种因素会导致图像质量的下降(即退化),如光学系统的像差、大气扰动、运动、离焦和系统噪声,它们会造成图像的模糊和变形,再加上由于CCD传感器本身分辨率的限制,系统所获取的影像的分辨率常常无法满足实际应用的需要。目前提高图像分辨率的途径有两种^[1]。①提高成像系统的精度与稳定性;②采取图像超分辨率重建技术。所谓超分辨率重建是指从一幅或多幅低分辨率图像中构出一幅高分辨率的图像,具体可以分为单张影像的超分辨率重建和序列影像超分辨率重建两种。提高影像的分辨率如果采取方式①,将面临着高昂的成本或者难以解决的技术问题;如果采取方式②,将大大减少获取高分辨率图像的成本,因此超分辨率技术成为图像领域的研究热点。

对于序列影像超分辨率重建来说,由于各幅低分辨率图像是对同一场景在不同时相、不同角度或者不同传感器获取的,因此这些图像可以提供同一场景不完全相同的信息,利用这些互补的信息,可以提高图像的分辨率,效果显然要比单张影像的好。要利用这些互补的信息,首先必须通过亚像素精度的图像配准技术将这些信息在空间上建立联

系。因此序列影像超分辨率重建一般包含3个步骤:首先,利用亚像素的图像配准技术将所有的图像变换到高分辨率图像的坐标系统中;然后,利用频域或空域重建算法对这些不规则的采样点进行超分辨率重建;最后,获取高分辨率的影像。本文基于灰度的四参数仿射变换配准算法,对基于极大验后估计(MAP)重建算法进行了改进,试验结果表明,该算法的重建效果有明显改善。

二、超分辨率原理

20世纪60年代Harris^[2]和Goodman^[3]提出超分辨率重建的概念,即在不改变成像探测系统的前提下,采取某种方法突破成像系统的分辨率极限,以获取高于系统分辨率的图像。20世纪80年代初Tsai和Huang^[4]首先提出了基于序列影像的超分辨率重建问题,并给出了基于频域的重建算法。1987年Stark和Oskoui^[5]首次将凸集投影法(POCS)应用于超分辨率影像重建,其主要原理是基于Hilbert空间的压缩映射的原理。1990年Irani和Peleg^[6]将断层X光摄影中的向后投影重建算法(IBP)引入图像超分辨率重建中,提出一种基于序列图像的迭代向后投影的超分辨率方法。在这种超分辨率算法中,每个低分辨率的像素被认为是由退化函数决定的一定尺寸高分辨率区域的投影,这种算法对反

收稿日期: 2011-03-15

基金项目: 国家自然科学基金(40801142); 博士后基金(20100471127)

作者简介: 范 铀(1977—),男,湖南邵阳人,工程师,主要从事图像处理及GIS开发方面的研究工作。

投影核有一定的数学要求,并且解不唯一,无法应用先验信息进行约束。1994年, Schultz 和 Stevenson^[7]将 MAP 应用于以 Huber Markov 随机场作为先验知识的影像内插,以改善影像的清晰度。Hardie^[8]等人也提出了一种本质上与 Schultz 和 Stevenson 相同的 MAP 方法,不同的是他们考虑了整体和非整体运动模型。后来 Hardie 对这一工作进行了推广,考虑了一种运动估计和超分辨率重建同时解算的问题,并给出了 MAP 的公式。尽管这一公式的收敛速度比较慢,但因其运动估计参数不再是像其他大多数超分辨率重建算法那样直接用 LR 观测数据估计,得到了较好的重建效果。2000年, Cheseman 等人将基于高斯先验信息的 Bayesian 估计应用于卫星影像,重建出高清晰度的地表图像^[9]。

1997年, Elad 总结将 p 张大小为 $N_1 \times N_2$ 的影像所组成的序列超分辨率重建数学模型如下^[10]

$$Y_k = D_k C_k F_k X + \eta_k \quad (1)$$

式中 Y_k 为第 k 张影像; X 为理想图像; F_k 为第 k 张影像的运动算子; C_k 为退化函数算子; D_k 第 k 张影像的降采样算子; η_k 为第 k 张影像的噪声,一般认为其服从均值为零的高斯分布。如果将 p 张大小为 $N_1 \times N_2$ 的图像按字典排序成矢量形式,则理想的高分辨率影像 X 的大小为 $N = L_1 N_1 L_2 N_2$, 每张低分辨率影像可以表示为 $Y_k = [y_{k,1} \ y_{k,2} \ \dots \ y_{k,M}]^T$, 噪声可以表示为 $\eta_k = [\eta_{k,1} \ \eta_{k,2} \ \dots \ \eta_{k,M}]^T$, 其中 $M = N_1 N_2$ 。则式(1)可以修改为如下

$$Y_{k,m} = \sum_{r=1}^N h_{k,m,r} x_r + \eta_{k,m} \quad (2)$$

式中 $m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, p$ 。则 p 个方程可以组成如下方程

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 C_1 F_1 \\ \vdots \\ D_p C_p F_p \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_p \end{bmatrix} X + \bar{\eta} = HX + \bar{\eta} \quad (3)$$

三、MAP 超分辨率重建算法

在给定 Y 的条件下,可以根据极大验后估计原理来构建如下公式

$$\hat{X} = \arg \max_X P(X/Y) \quad (4)$$

根据贝叶斯(Bayes)原理,上式也可以写为

$$\hat{X} = \arg \max_X \frac{P(Y/X) P(X)}{P(Y)} \quad (5)$$

上式等价于

$$\hat{X} = \arg \min_X (-\log P(Y/X) - \log P(X)) \quad (6)$$

$$P(Y/X) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \sigma_\eta^N} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} (Y - HX)^T (Y - HX) \right\} \quad (7)$$

基于高斯马尔科夫随机场(Gauss Markov random field, GMRF)模型,则高分辨率影像 X 的先验模型为

$$P(X) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_X|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} X^T C_X^{-1} X \right\} \quad (8)$$

式中 C_X 为 X 的协方差矩阵。则基于 GMRF 的 MAP 超分辨率重建算法的数学方程为

$$\hat{X} = \arg \min_X \left(\frac{1}{2\sigma_\eta^2} (Y - HX)^T (Y - HX) + \frac{1}{2} X^T C_X^{-1} X \right) \quad (9)$$

但是,由于基于 GMRF 模型得出来的解常常是光滑的,因此破坏了图像的细节部分。而 Huber-Markov 模型可以解决这一问题。基于 Huber-Markov 模型的高分辨率影像的概率密度模型如下

$$P(X) = A \exp \left\{ -\frac{1}{2\lambda} \sum_{c \in C} \rho(d_c^T X) \right\} \quad (10)$$

式中 A 是常数; λ 是归化参数; c 为点簇; C 为簇集; d_c 为簇 c 的系数矢量; $\rho(\cdot)$ 为 Huber 函数,其满足下式

$$\rho(x) = \begin{cases} x^2 & |x| \leq T \\ T^2 + 2T(|x| - T) & |x| > T \end{cases} \quad (11)$$

式中 T 是 Huber 函数的阈值。则基于 Huber-Markov 模型的 MAP 超分辨率重建方程为

$$\hat{X} = \arg \min_X \left((Y - HX)^T (Y - HX) + \alpha \sum_{i \in N_T} \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} x_j \right)^2 + \alpha \sum_{i \in N_T} (T^2 + 2T(|d_i^T x| - T)) \right) \quad (12)$$

式中 $\alpha = \frac{\sigma_\eta^2}{\lambda}$ 。如果阈值 T 设置为无限大,其与式(9)等价。本文算法将 T 设置为无限大。

四、改进算法

本文引进一种新的思想,即通过将 MAP 重建算法或其他算法所获得的超分辨率影像 X_0 引入到重建方程中,则

$$X_0 = X + \zeta \quad (13)$$

式中 X 为真实的高分辨率影像; ζ 为残差,也可以认为是一种噪声,而且这种噪声 ζ 与 X 不相关,也即是

$$\zeta^T X = 0 \quad (14)$$

基于这种思想,笔者对 MAP 算法进行了改进,即除了满足下式

$$\hat{X} = \arg \min_X ((Y - HX)^T (Y - HX) + \alpha X^T C_X^{-1} X) \quad (15)$$

最小外 还须满足 $\zeta^T \zeta$ 最小。又

$$-X^T X_0 = -(X_0 - \zeta)^T X_0 = -X_0^T X_0 + \zeta^T X_0 \quad (16)$$

$$\zeta^T X_0 = \zeta^T (X + \zeta) = \zeta^T X + \zeta^T \zeta = \zeta^T \zeta \quad (17)$$

所以

$$-X^T X_0 = -X_0^T X_0 + \zeta^T \zeta \quad (18)$$

所以要求 $\zeta^T \zeta$ 最小就相当于要求 $-X^T X_0$ 最小,也就是要求 $X^T X_0$ 最大相关。最后将式(15)修改为如下

$$\hat{X} = \arg \min_X ((Y - HX)^T (Y - HX) + \alpha X^T C_X^{-1} X - \beta X^T X_0) \quad (19)$$

令 $L(X) = (Y - HX)^T (Y - HX) + \alpha X^T C_X^{-1} X - \beta X^T X_0$, 则其导数为

$$\frac{\partial L(X)}{\partial X} = (H^T HX - H^T Y) + \alpha C_X^{-1} X - \beta X_0 = 0 \quad (20)$$

令 $R = H^T H + \alpha C_X^{-1}$, $P = H^T Y + \beta X_0$, 则可以得到

$$RX = P \quad (21)$$

本文采用共轭梯度算法来处理该方程,具体算法如下:

- 1) 计算 $E_k = RX_k - P$ 。
- 2) 计算 $\beta_{k-1} = \frac{E_k^T R V_{k-1}}{V_{k-1}^T R V_{k-1}}$ 。
- 3) 计算 $V_k = -E_k + \beta_{k-1} V_{k-1}$ 。
- 4) 计算 $\mu_k = \frac{E_k^T V_k}{V_k^T R V_k}$ 。
- 5) 计算 $X_{k+1} = X_k - \mu_k V_k$, 满足退出条件就退出循环; 否则转向步骤 1)。

五、配准算法

所谓图像配准,是指将从不同时相、不同角度或者不同传感器所获得的两幅或多幅图像进行最佳匹配的处理过程。配准方法分为两种,即空域配准方法和频域配准方法。文献[8]和文献[11-12]中大多数频域方法是建立在图像的角度旋转将导致图像的幅度谱相应的旋转以及图像的平移将导致相位的相应偏移的原理上的,所不同的是它们求取的方法不同。Bergen 的配准方法^[10]和 Keren 的配准方法^[13]是空域配准方法,其中 Bergen 的配准方法是基于等级框架来估计运动参数,Keren 的配准方法是基于泰勒级数展开,也是超分辨率重建过程中应用比较广泛的一种亚像素配准方法。

定义两种图像分别为 $f(x', y')$ 和 $g(x, y)$, 则两幅图像在数学上有如下变换关系

$$g(x, y) = I[f(h(x, y))] \quad (22)$$

式中 h 表示空间变换; I 表示灰度变换,描述因传感

器类型的不同或辐射变形所引入的变换。通常灰度变换在图像预处理过程中进行处理,因此图像配准一般只关心坐标的几何变换。图像的几何变换主要分为刚体变换、仿射变换、投影变换和非线性变换。在超分辨率重建过程中,一般对图像进行了几何纠正和辐射纠正等预处理工作,因此通常将图像之间的变换简化为刚体变换或仿射变换。本文采用如下所示的简化的四参数仿射变换模型^[14]

$$\left. \begin{aligned} x' &= x + a_1 x + a_2 y + a_3 \\ y' &= y + a_1 y - a_2 x + a_4 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

这种新的改进算法不要求小角度旋转角,克服了 Keren 的算法泰勒级数展开所带来的误差。将式(23)代入式(22)有

$$g(x, y) = f(x + a_1 x + a_2 y + a_3, y + a_1 y - a_2 x + a_4) \quad (24)$$

然后对其进行二维泰勒级数展开,取其前 3 项可得

$$g(x, y) \approx f(x, y) + (a_1 x + a_2 y + a_3) \frac{\partial f}{\partial x} + (a_1 y - a_2 x + a_4) \frac{\partial f}{\partial y} \quad (25)$$

获得误差函数 $E(a_1, a_2, a_3, a_4)$, 对 $E(a_1, a_2, a_3, a_4)$ 关于 a_1, a_2, a_3, a_4 分别求偏导,并令偏导等于零,可以得到下式

$$X = C^{-1} V \quad (26)$$

式中 $X = [a_1, a_2, a_3, a_4]^T$;

$$C = \begin{bmatrix} \sum R_1^2 & \sum R R_1 & \sum R_1 \frac{\partial f}{\partial x} & \sum R_1 \frac{\partial f}{\partial y} \\ \sum R R_1 & \sum R^2 & \sum R \frac{\partial f}{\partial x} & \sum R \frac{\partial f}{\partial y} \\ \sum R_1 \frac{\partial f}{\partial x} & \sum R \frac{\partial f}{\partial x} & \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 & \sum \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \\ \sum R_1 \frac{\partial f}{\partial y} & \sum R \frac{\partial f}{\partial y} & \sum \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} & \sum \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \end{bmatrix};$$

$$V = \begin{bmatrix} \sum R_1 (g - f) \\ \sum R (g - f) \\ \sum \frac{\partial f}{\partial x} (g - f) \\ \sum \frac{\partial f}{\partial y} (g - f) \end{bmatrix}; \quad R = y \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial y};$$

$$R_1 = x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}.$$

为了增加该配准算法的计算效率和对噪声的稳健性,四参数仿射变换算法采用 3 层高斯金字塔,即对两张均为 $N \times N$ 的原始影像,经高斯滤波和降采样,变成两张 $N/2 \times N/2$ 的影像,重复上述过程,得到两张 $N/4 \times N/4$ 的影像,这样就构成了分辨率由粗到

精的影像金字塔。从粗的第1层开始求取 X 然后根据 X 对第2层的影像进行旋转和平移改正 然后插值获取新的第2层影像 重新计算新的 X 以此类推 最后计算出原始影像高精度的配准参数。

六、仿真试验

本仿真试验采用一张像素为 227×255 、灰度级为 256 的图像 同时为了避免试验过程中的边界影响 对该图像进行了加窗操作 形成了 392×320 的高分辨率影像(如图1所示)。本试验将根据图像的超分辨率数学模型 通过对该图像进行旋转、平移、高斯模糊和降采样以及加入强烈高斯噪声 模拟产生 4 张分辨率降低一半的影像 图2为其中一张双线性插值放大一倍后的效果。这4张影像中的第1张将作为参考影像 采用四参数仿射变换算法进行配准。试验结果如表1所示 其中 dx 、 dy 、 θ 分别为模拟的低分辨率影像水平方向的偏移量 垂直方向的偏移量和旋转角度; μ_x 为 x 方向的配准绝对误差; μ_y 为 y 方向配准绝对误差; μ_θ 为旋转角度的配准绝对误差。



图1 原始高分辨率影像

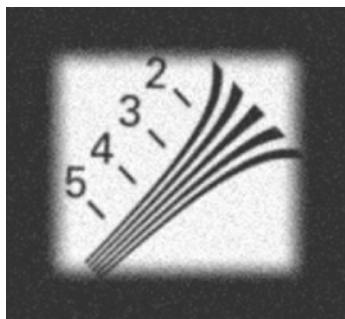


图2 低分辨率影像双线性插值影像

表1 运动参数绝对误差

dx /像素	dy /像素	θ /($^\circ$)	四参数仿射变换配准方法		
			μ_x /像素	μ_y /像素	μ_θ ($^\circ$)
3.125	-1.875	15	0.043 8	0.022 7	0.008 3
0.875	2.250	-3	0.000 5	0.002 2	0.004 7
-1.500	0.500	2	0.008 9	0.000 7	0.003 5

首先采用基于 GMRF 的 MAP 算法进行超分辨率重建 得到一张高分辨率影像 X_0 (如图3所示) 然后将 X_0 引入到本文改进的 MAP 超分辨率算法中进行重建 得到高分辨率影像 X 如图4所示。

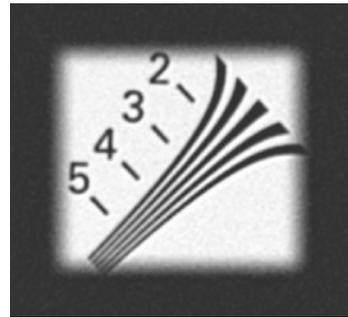


图3 基于 GMRF 的 MAP 算法的超分辨率重建影像 X_0



图4 本文改进的超分辨率算法重建影像 X

对比图3和图4可以看出 图像细节清晰很多 对噪声的压制也非常明显 证实了本文思想是正确的、合理的。本文采用峰值信噪比(PSNR)来衡量图像重建质量 其计算公式如下

$$PSNR = -10 \lg \left(\frac{1}{MN} \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^N (\hat{g}(x, y) - g(x, y))^2 / 255^2 \right) \quad (27)$$

计算结果如表2所示 PSNR 提高了近 7.9 dB。

表2 采用 MAP 算法和本文改进算法分别重建后的图像 PSNR 对比表

	MAP 重建算法	本文改进算法
PSNR	35.016	42.905

七、结束语

从仿真试验结果来看 基于最大相关原理 将 MAP 算法本身所获得的高分辨率影像或其他超分辨率算法所获取的高分辨率影像引入到 MAP 算法中 运用共轭梯度算法进行迭代处理 可以显著提高所获得的高分辨率影像的细节效果 增强图像的

抗噪效果,峰值信噪比也有显著提高。本改进算法原理简单,易于扩展,可以与现有的超分辨率重建算法结合使用,广泛应用于遥感影像、视频影像等方面。

参考文献:

- [1] CHEOL P S, KYU P M, GI K M. Super-resolution Image Reconstruction: A Technical Overview [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003, 20(3): 21-36.
- [2] HARRIS J L. Diffraction and Resolving Power [J]. JO-SA, 1964, 54(7): 931-936.
- [3] GOODMAN J L. Introduction to Fourier Optics [M]. New York [s. n.], 1968.
- [4] TSAI R Y, HUANG T S. Multiframe Image Restoration and Registration [J]. Advances in Computer Vision and Image Processing, 1984(1): 101-106.
- [5] STARK H, OSKOUI P. High Resolution Image Recovery from Image plane arrays, Using Convex Projections [J]. Journal of the Optical Society of American, 1989, 6(11): 1715-1726.
- [6] MICHAL I, SHMUEL P. Super Resolution from Image Sequences [C]//Proc of IEEE Conference. Atlantic City: IEEE, 1990: 115-120.
- [7] SCHULTZ R R, STEVENSON R L. A Bayesian Approach to Image Expansion for Improved Definition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(3): 233-242.
- [8] HARDIE R C, BARNARD K J, ARMSTRONG E E. Joint MAP Registration and High-resolution Image Estimation Using a Sequence of Undersampled Images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(12): 1621-1633.
- [9] SMELYANSKIY V N, CHEESEMAN P, MALUF D A, et al. Bayesian Super-resolved Surface Reconstruction from Images [D]. Los Alamitos: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2000: 375-382.
- [10] MICHAEL E, ARIE F. Restoration of a Single Super-resolution Image from Several Blurred, Noisy, and Undersampled Measured Images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(12): 1646-1658.
- [11] LUCCHESI L, CORTELAZZO G M. A Noise-robust Frequency Domain Technique for Estimating Planar Ro-to-translations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(6): 1769-1786.
- [12] 范冲, 龚健雅, 朱建军. 一种基于去混叠影像配准方法的 POCS 超分辨率序列图像重建 [J]. 测绘学报, 2006, 35(4): 11-16.
- [13] KEREN D, PELEG S, BRADA R. Image Sequence Enhancement Using Sub-pixel Displacements [C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. [S. l.]: IEEE, 1988: 742-746.
- [14] 范冲, 龚健雅, 朱建军. 基于 Keren 改进配准算法的 POCS 超分辨率重建 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(36): 9-12.

《误差理论与测量平差基础》出版

[本刊讯] 由金日守、戴华阳编著的《误差理论与测量平差基础》一书已于 2011 年 4 月由测绘出版社出版。

该书系统地介绍了与测量误差相关的基本概念和理论,以及测量数据处理相关的基本概念和方法,包含测量平差的基本理论和近现代测量数据处理的基本理论与方法。内容还包括观测误差的特性及描述方法,误差传播定律,测量平差及平差数学模型的基本概念,极大似然估计和最小二乘法,经典平差方法,假设检验的基本概念和测量上的基本检验方法,综合平差法和最小二乘配置法,以及测量平差中的不适定问题和平差模型误差等。

该书结构完备、内容完整,讲述时配有大量举例,且每章后均配有习题,兼顾理论性与实用性。可作为高等学校测绘专业的教材使用,也可供测绘及相关专业人员参考。

该书为 16 开本,定价 26.00 元。



(本刊编辑部)