

# 顾及基准点位移的高崩溃污染率坐标转换模型研究

龙仁波<sup>1,2</sup>, 高井祥<sup>1</sup>

(1. 中国矿业大学 江苏省资源环境信息工程重点实验室 江苏 徐州 221116;

2. 中国矿业大学 国土环境与灾害监测国家测绘局重点实验室 江苏 徐州 221116)

## Study on the Model of High Breakdown Contamination Rate for the Coordinate Transformation with the Reference Points' Displacements

LONG Renbo, GAO Jingxiang

**摘要:** 针对矿区基准点布设时间较早, 容易发生位移的特点, 为确保高精度 GPS 控制网坐标系统转换后的质量, 克服基准点位移对转换成果的影响, 提出顾及基准点位移的高崩溃污染率抗差估计理论, 建立坐标转换参数的估计模型和转换后 GPS 网的质量评价体系。以兖州某矿区为例进行分析, 结果表明, 该模型可以选择分布合理且稳定的基准点, 很好地保留了 GPS 技术高精度的特点, 并为矿区建立高精度的坐标基准。

**关键词:** 基准点; 位移; 高崩溃污染率; 质量评价; 坐标转换

### 一、引言

GPS 观测值属于 WGS-84 坐标系, 只有将其转换为国家参考坐标系或者地方独立坐标系中的高斯平面坐标和正常高, 才可以应用到生产实践。而转换后 GPS 网的质量主要取决于地面基准点的稳定性, 因此, 选择分布合理且稳定的基准点是提高 GPS 网点位坐标正确性及精度的重要保障。

目前有许多学者研究了基准点稳定性的判定方法, 常规的统计检验法<sup>[1]</sup>具有计算量大和统计检验存在弃真、纳伪的缺点, 难以保证判断的正确性; 杨元喜<sup>[2]</sup>、靳奉祥<sup>[3]</sup>、施一民<sup>[4]</sup>研究了基于抗差估计的方法, 但是转换过程复杂; 刘烈昭<sup>[5]</sup>综合的统计检验和抗差估计的方法仍然要受到统计检验结果可靠性的影响。针对矿区基准点布设时间较早, 容易发生位移的特点, 本文采用高崩溃污染率抗差估计方法, 建立了顾及基准点位移的高崩溃污染率坐标转换模型, 并结合实例验证了该方法的有效性。

### 二、GPS 网平面坐标系统转换模型及转换后质量评价体系

#### 1. 转换参数的最小二乘(LS)解

设求得的网络的 WGS-84 高斯平面直角坐标为  $(x, y)_G$ , 联测点在 1954 北京坐标系中的高斯平面直角坐标为  $(x, y)_T$ , 设联测点个数为  $k$ , 其中  $m (m > 2)$  个用于求取转换参数, 这些点称为坐标转换基准点。

则在平面上两坐标系之间的转换模型为<sup>[6]</sup>

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + (1 + \lambda) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}_G + \begin{bmatrix} 0 & \theta \\ -\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}_G \quad (1)$$

式中,  $(x_0, y_0)$  为平移参数;  $\lambda$  为尺度因子;  $\theta$  为旋转角(单位为弧度)。在这  $m$  个转换基准点上, 将式(1)写成误差方程形式有

$$\begin{bmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_i & y_i \\ 0 & 1 & y_i & -x_i \end{bmatrix}_G \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \lambda \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{x_i} \\ w_{y_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $(v_{x_i}, v_{y_i})$  表示  $(x_i, y_i)_T$  的残差;  $w_{x_i} = x_{iG} - x_{iT}$ ,  $w_{y_i} = y_{iG} - y_{iT}$  为第  $i$  个基准点的自由项。在这  $m$  个基准点上, 将式(2)写成矩阵形式, 有

$$V = A T + W, \quad P = Q^{-1} \quad (3)$$

式中,  $A$  为转换系数矩阵;  $W$  为自由项;  $T$  为待求转换参数;  $Q$  为  $m$  个点的互协因数(由 GPS 网的空间无约束平差的坐标协因数阵投影到高斯平面上而得)。由最小二乘估计原理可得

$$T = -(A^T P A)^{-1} A^T P W \quad (4)$$

将  $T$  代入式(1)即可求得任一 GPS 点在 1954 北京坐标系中的高斯平面直角坐标  $(x_i, y_i)_T$ 。

由坐标转换模型可知, 转换后坐标的误差来自两个方面: 投影误差和地面基准点的坐标误差。GPS 测量精度很高, 可以认为投影的误差很小, 所以转换精

收稿日期: 2010-06-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40774010); 教育部博士点基金资助项目(200802900501, 200802901516); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2009099)

作者简介: 龙仁波(1985—)男, 湖北十堰人, 硕士, 研究方向为精密 GPS 测量及单点定位。

度主要受基准点的影响。对于矿区而言,基准点发生位移较为正常,这会严重影响坐标转换的精度。

2. 转换参数的高崩溃污染率解

为了控制某些基准点中存在的位移对转换参数的影响,应采用高崩溃污染率抗差估计<sup>[7]</sup>。获得转换参数的高崩溃污染率抗差解的基本思路是:首先利用强淘汰权函数剔除掉可能存在显著位移的基准点;然后以强淘汰权函数为先验权阵进行后续的抗差估计,并保证当基准点中不存在位移时,转换后 GPS 网的坐标与最小二乘估计的结果一致。

(1) 强淘汰权函数的求解

强淘汰权函数元素按下式计算:

当  $i$  为奇数时

$$p_{ij}^0 = \begin{cases} p_{ij} & |\Delta x_i / \sigma_{\Delta x}| \leq l_0 \\ 0 & |\Delta x_i / \sigma_{\Delta x}| > l_0 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, 2m) \quad (5)$$

当  $i$  为偶数时

$$p_{ij}^0 = \begin{cases} p_{ij} & |\Delta y_i / \sigma_{\Delta y}| \leq l_0 \\ 0 & |\Delta y_i / \sigma_{\Delta y}| > l_0 \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, 2m) \quad (6)$$

以上两式中

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_i &= w_{x_i} - \text{med}(w_x) \\ \Delta y_i &= w_{y_i} - \text{med}(w_y) \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

而

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\Delta x} &= \text{med}(|\Delta x|) / 0.6745 \\ \sigma_{\Delta y} &= \text{med}(|\Delta y|) / 0.6745 \end{aligned} \right\}$$

参数  $l_0$  称为强淘汰点,取  $1.0 \sim 1.5$ 。 $p_{ij}^0$  为式(4)中权阵  $P$  的元素。由式(5)、式(6)即可构成强淘汰权函数  $P_0$ 。这是实现高崩溃污染率抗差估计的一个重要环节。

(2) 转换参数的抗差估计

首先以强淘汰权函数  $P_0$  代替初始权  $P$  进行最小二乘估计,获得转换参数、残差及单位权中误差的初值

$$T = -(A^T P^0 A)^{-1} A^T P^0 W \quad (7)$$

$$V = AT + W \quad (8)$$

$$\hat{\sigma} = \pm \sqrt{V^T P^0 V / (2m - tp1 - 4)} \quad (9)$$

其次,进行相关观测抗差估计,采用的等价权函数为

$$p_{ij}^{\wedge} = \begin{cases} p_{ij}^0 & D_j \leq k_0 \\ p_{ij}^0 \frac{k_0}{D_j} \left( \frac{k_1 - D_j}{k_1 - k_0} \right)^2 & k_0 < D_j \leq k_1 \\ 0 & D_j > k_1 \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$D_j = |V_j| / \hat{\sigma} \quad (11)$$

式中,  $k_0$  称为分位参数;  $k_1$  为淘汰点,一般取  $k_0 = 1.0 \sim 1.5$ ,  $k_1 = 2.5 \sim 3.0$ <sup>[7]</sup>;  $p^{\wedge}$  为相关等价权元素,由其构成相关等价权  $P^{\wedge}$ 。

最后,以等价权  $P^{\wedge}$  代替强淘汰权  $P_0$  进行最小二乘估计迭代算法,其迭代计算公式与式(7)~式(9)相似。当前后两次迭代计算的转换参数之差小于预期的收敛精度时,停止迭代计算,此时即获得了转换参数的高崩溃污染率抗差估值。

3. GPS 网坐标转换后的质量评价

转换后 GPS 平面基准网的质量可以采用点位中误差、边长中误差、边长相对中误差和坐标方位角中误差来判定,限于篇幅这些指标的导出过程就不再列出。根据以上指标可以判断转换后 GPS 网是否保留了 GPS 网高精度的特点(点位误差、基线向量中误差)及网形是否发生了扭曲(坐标方位角中误差)。

三、算例分析

1. 方案选取

以兖州某矿首级控制网(如图1所示)的实测数据为例,该网中有 GPS 坐标联测点 7 个:其中前 2 个点为二等点,其余为三等点,这些点比较均匀地分布在测区中。



图1 兖州某矿首级控制网示意图

为保证转换后 GPS 网的质量,设计了 3 种方案,分别采用最小二乘估计和抗差估计,根据计算结果,可优选出一种可靠的转换成果,并判断转换基准点是否存在位移。最终选择的方案为:将尹家沟、周家庄、塘村矿、淀粉厂西和十里营 5 个坐标联测点作为坐标系统转换的基准点,而赵庄和胡家山等 2 个联测点作为检查点,通过对比发现采用高崩溃污染率抗差估计结果最优。

2. 转换后 GPS 网的质量评价

采用高崩溃污染率抗差估计进行 GPS 网坐标系统转换后发现周家庄点的  $x$  坐标分量存在 0.035 m 的位移,十里营点的  $y$  分量存在 0.039 m 的位移,而

其他联测点是稳定的, GPS 网的点位中误差为  $\pm 0.17$  cm,表 1~表 3 列出了兖矿首级控制网 GPS 平面基准转换到高斯平面上点位中误差、边长相对中误差和坐标方位角中误差的统计信息。

表 1 坐标系统转换后 GPS 网的点位中误差统计表

|          | 误差区间/cm   |           |           | 最大值/cm | 平均值/cm |
|----------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|
|          | 0.0 ~ 2.0 | 2.0 ~ 4.0 | 4.0 ~ 6.5 |        |        |
| 点数       | 35        | 2         | 1         | 4.0    | 1.62   |
| 所占比例/(%) | 92.1      | 5.3       | 2.6       |        |        |

表 2 坐标系统转换后 GPS 网的边长相对中误差统计表

|          | 相对精度区间          |                  |                   |          | 最小值         | 最大值       |
|----------|-----------------|------------------|-------------------|----------|-------------|-----------|
|          | 1/10 万 ~ 1/50 万 | 1/50 万 ~ 1/100 万 | 1/100 万 ~ 1/150 万 | <1/150 万 |             |           |
| 边数       | 0               | 1                | 47                | 83       | 1/2 443 000 | 1/925 000 |
| 所占比例/(%) | 0               | 1                | 36                | 63       |             |           |

表 3 坐标系统转换后 GPS 网方位角中误差统计表

|          | 误差区间/(")  |           |           | 最大值/(") | 平均值/(") |
|----------|-----------|-----------|-----------|---------|---------|
|          | 0.0 ~ 0.1 | 0.1 ~ 0.2 | 0.2 ~ 0.6 |         |         |
| 边数       | 125       | 4         | 2         | 0.229   | 0.038   |
| 所占比例/(%) | 95        | 3         | 2         |         |         |

从表 1~表 3 可以看出,虽然基准点发生了位移,但是经过坐标转换后的 GPS 网仍然保留了 GPS 技术高精度的特点,并且 GPS 网形没有发生扭曲。

四、结束语

基准点选取及稳定性判定一直是坐标转换中一个棘手的问题,特别是当基准点布设时间较早,容易发生位移时问题变得更加复杂。在进行 GPS 坐标成果转换时,有时很难找到分布合理且稳定的基准点。本文引入高崩溃污染率抗差估计理论,通过算例发现,该模型可以自动识别分布较为均匀的稳定基准点,并获取高精度的坐标转换参数,还可以保证 GPS 技术高精度的特点,对建立高精度的坐标基准具有重要意义。

参考文献:

[1] 张方仁,于正林. 平差基准点稳定性分析与判别[C]// 於宗涛,陶本藻,刘大杰. 平差模型误差理论及其应

论文集. 北京: 测绘出版社,1993: 164-171.

[2] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社,1993: 272-284.  
 [3] 靳奉祥. 抗差估计理论与方法研究[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版,2003,22(4): 1-6.  
 [4] 施一民,罗彦. 区域性地表形变分析中稳健坐标基准的确定[J]. 大地测量与地球动力学,2008,28(2): 86-91.  
 [5] 刘烈昭. GPS 网数据处理方法研究[C]// 王广运. GPS 测地研究与应用论文集. 北京: 测绘出版社,1992: 27-36.  
 [6] LV Weicai, CHENG Shiguang, YANG Haisheng, et al. The Application of GPS Technology to Build a Mine-sub-sidence Observation Station[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2008, 18(3): 377-380.  
 [7] 余学祥,徐绍铨,吕伟才. GPS 变形监测数据处理自动化: 似单差法的理论与方法[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社,2004: 82-103.