

文章编号: 0494-0911(2011) 04-0004-03

中图分类号: P228

文献标识码: B

# 基于方差分量估计的 GPS/GLONASS组合点定位

段举举<sup>1</sup>, 沈云中<sup>1,2</sup>(1 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092 2 现代工程测量国家测绘局  
重点实验室, 上海 200092)

## GPS/GLONASS Combined Point Positioning Using Variance Component Estimation

DUAN Jujū, SHEN Yunzhong

**摘要:** 介绍 GPS/GLONASS组合定位模型, 采用 Helmert方差分量估计确定 GPS与 GLONASS两类观测值的精度, 合理确定两类观测值的权。通过 GPS/GLONASS的方差分量估计实测, GPS与 GLONASS伪距观测值的精度分别为  $\pm 4.5607\text{m}$  与  $\pm 9.9289\text{m}$ , 相应的权比约为 5:1, 采用此权比进行定权, 能够提高定位精度。

**关键词:** GPS/GLONASS组合定位; 整体解算; 方差分量估计

### 一、引言

目前, GLONASS在轨卫星<sup>[1]</sup>有 23颗 (其中 2颗备用卫星), GPS在轨卫星有 31颗。因此, GPS/GLONASS双系统组合定位时, 其可观测卫星数目成倍增加, 满星座运行时全球任意位置、任意时刻至少可以观测到 9颗卫星<sup>[2]</sup>, 平均达 14颗, 最多时可达 21颗。克服了单系统由于观测条件限制而无法定位的现象, 因此多系统组合定位具有广阔的应用前景。

但是, 由于 GPS和 GLONASS的误差源较多, 用先验精度确定观测矩阵不一定符合实际情况。胡国荣等<sup>[3]</sup>用单历元观测值进行方差分量估计定权, 但是由于一个历元多余观测数太少, 因此其方差分量估值不可靠。为此, 本文根据 GPS/GLONASS一个时段的所有观测数据进行方差分量估计, 确定整体解算组合定位结果, 并通过实例说明该方法的可行性。

### 二、组合点定位模型

#### 1 组合定位的观测方程

GPS和 GLONASS单点定位的观测方程为

$$\rho^G = \sqrt{(x - X^G)^2 + (y - Y^G)^2 + (z - Z^G)^2} + c \times \delta_G + \delta_{\text{trop}}^G + \delta_{\text{iono}}^G \quad (1)$$

式中, 上标 G 表示 GPS或 GLONASS;  $\rho$ 为伪距观测值;  $(x, y, z)$ 为测站的 WGS-84 坐标;  $(X^G, Y^G, Z^G)$

为卫星在 WGS-84坐标系中的坐标, GLONASS卫星的坐标要转换到 WGS-84坐标系中; 对应于 GPS和 GLONASS,  $\delta_G$  分别表示为  $\delta_{\text{GPS}}$  和  $\delta_{\text{GLONASS}}$ ;  $\delta_{\text{trop}}^G$ 、 $\delta_{\text{iono}}^G$  分别为对流层改正和电离层改正。观测方程中包括测站坐标和两个系统接收机钟差的 5个未知参数。将观测方程式 (1)线性化, 用最小二乘或滤波方法进行参数估计。

#### 2 时间与坐标系统的统一

GLONASS采用 GLONASST, 以 UTC(SU)为时间度量基准; GPS采用 GPST, 以 UTC(USNO)为时间度量基准。GPST与 UTC相差为整数跳秒, GLONASST与 UTC相差为 3h, 由于两者时间系统的不同, 在数据处理时要进行时间的转换。但在实测的 GLONASS星历文件(G文件)中, 采用的时间系统并非 GLONASST, 而是 UTC, 故在与 GPS组合定位的数据处理中, 两者之间只相差一个整数跳秒<sup>[4]</sup>。

GPS采用 WGS-84坐标系, GLONASS采用 PZ-90坐标系, 在数据处理时要进行坐标系统的转换。据文献[5]介绍, GLONASS坐标系统于 2007年由 PZ90更新到 PZ90 02与 ITRF差异保持在分米量级, PZ90 02与 ITRF2000的差异只有原点平移, 在 X、Y、Z方向分别为 -36 cm、+8 cm、+18 cm。而 WGS-84与 ITRF2000差异很小, 对于伪距定位而言, 其误差可以忽略。因此, 本文只考虑 GLONASS与 WGS-84之间的平移参数。

收稿日期: 2010-09-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40874016)

作者简介: 段举举 (1987-), 男, 河南许昌人, 硕士生, 主要从事 GPS/GLONASS组合定位与数据处理研究。

### 3 电离层与对流层延迟改正模型

电离层通常指高度大约 50~1 000 km 的大气层,电离层中存在自由电子,当信号通过时,会改变信号的传播速度和方向,从而产生一定的延迟。对于双频接收机,可以采用测码伪距观测值组合的方式消除电离层的影响,组合伪距观测值为

$$P = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2) \quad (2)$$

式中,  $f_1$ 、 $f_2$  为载波 L1、L2 的频率。

对于单频 GPS 接收机用户,为了减弱电离层的影响,一般是采用导航电文中所提供的电离层模型加以改正。常用的电离层改正模型有本特 (Bent) 模型、国际参考电离层 (RI) 模型、克罗布歇 (Klobuchar) 模型等。而 GLONASS 的导航电文不提供电离层改正数,只能采用组合观测值消除电离层的影响。

对流层改正可分为干延迟改正和湿延迟改正两部分,通常用天顶方向的干延迟、湿延迟及其映射函数表示

$$\delta P_{\text{trop}} = \Delta D_{\text{dry}} M_{\text{dry}}(E) + \Delta D_{\text{wet}} M_{\text{wet}}(E) \quad (3)$$

式中,  $\Delta D_{\text{dry}}$ 、 $\Delta D_{\text{wet}}$  分别为对流层天顶方向的干延迟和湿延迟;  $M_{\text{dry}}(E)$ 、 $M_{\text{wet}}(E)$  分别为对流层干延迟和湿延迟的映射函数。

本文采用萨斯塔莫宁 (Saastamoinen) 模型,其中 Niell 函数是目前高精度 GPS 定位中经常采用的一种映射函数。

## 三、解算模型

### 1 整体解算模型

根据每个历元伪距观测值的误差方程组成法方程,通过矩阵分块乘法将该历元的接收机钟差参数消去。设  $k$  历元的观测值可以组成法方程

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_X \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $\delta_X = (dX, dY, dZ)^T$  为三维坐标改正数;  $\delta_r$  为  $k$  历元的接收机钟差参数;  $N_j$  ( $i, j = 1, 2$ ) 为将观测值误差方程的设计矩阵分块得到的矩阵,且  $N_{21} = N_{12}^T$ 。则有  $\delta_r = N_{22}^{-1} (l_2 - N_{21} \delta_X)$ , 消去钟差参数后法方程变为

$$\left( N_{11} - N_{22}^{-1} N_{12} N_{21} \right) \delta_X = l_1 - N_{12} N_{22}^{-1} l_2 \quad (5)$$

为便于下文公式推导,记  $N_G = N_{11} - N_{22}^{-1} N_{12} N_{21}$ ,  $W_G = l_1 - N_{12} N_{22}^{-1} l_2$ 。将以后各历元求得的法方程进行叠加。

将 GPS 和 GLONASS 分别按上述方法进行计算,求得各自的总的法方程分别为

$$N_{\text{GPS}} \delta_X - W_{\text{GPS}} = 0 \quad (6)$$

$$N_{\text{GLO}} \delta_X - W_{\text{GLO}} = 0 \quad (7)$$

法方程相加,求得测站的三维坐标改正数为

$$\delta_X = (N_{\text{GPS}} + N_{\text{GLO}})^{-1} (W_{\text{GPS}} + W_{\text{GLO}}) \quad (8)$$

### 2 GPS/GLONASS 的方差分量估计

GPS、GLONASS 的方差分量估计过程如下<sup>[6]</sup>:

- 1) 第一次最小二乘平差时,根据经验给 GPS、GLONASS 观测值先验定权  $P_1$ 、 $P_2$ 。
- 2) 进行最小二乘平差,求得  $V_i^T P_i V_i$  ( $i = 1, 2$ )。
- 3) 按下式进行方差分量估计

$$\begin{bmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{02}^2 \end{bmatrix} = S^{-1} \begin{bmatrix} V_1^T P_1 V_1 \\ V_2^T P_2 V_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $S =$

$$\begin{bmatrix} n_1 - 2\text{tr}(N^{-1}N_1) + \text{tr}(N^{-1}N_1)^2 & \text{tr}(N^{-1}N_1N^{-1}N_2) \\ \text{tr}(N^{-1}N_1N^{-1}N_2) & n_2 - 2\text{tr}(N^{-1}N_2) + \text{tr}(N^{-1}N_2)^2 \end{bmatrix}$$

其中,  $n_1$  为 GPS 观测值的个数;  $n_2$  为 GLONASS 观测值的个数。

- 4) 按式 (10) 重新定权

$$\hat{P}_i = \frac{c}{\sigma_{0i}^2 P_i} \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

式中,  $c$  为任意常数,一般取  $\sigma_{0i}^2$  中的某一个值。

- 5) 重复步骤 2)~4),直到  $\sigma_{01}^2 = \sigma_{02}^2$  为止,或通过必要的检验认为各类单位权方差之比等于 1 为止。在本文中,迭代终止的条件为  $|\sigma_{01}^2 - \sigma_{02}^2| \leq 0.01$ 。

## 四、算例及精度分析

本算例采用 2009 年 7 月 27 日 GS 基准站 WHIT 的观测数据,观测时间为 24 h 采样间隔为 30 s,观测数据有 C1、C2 及 P1、P2。图 1 为该天的 GPS、GLONASS 及 GPS/GLONASS 的可用卫星数。由图 1 可见, GPS/GLONASS 组合定位的可用卫星数目都在 13 颗以上,明显多于单系统定位的卫星数,卫星几何图形强度得到了改善,有利于提高定位的精度。

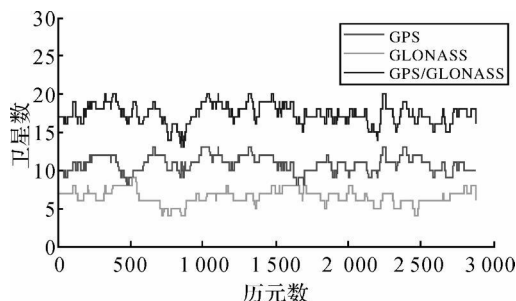


图 1 GPS、GLONASS 及 GPS/GLONASS 的可用卫星数

采用 Matlab 进行组合伪距单点定位计算, 考虑卫星钟差改正、地球自转改正及相对论效应改正, 为了提高精度, 去除高度角低于  $10^\circ$  的卫星, 各种误差采用上述模型进行改正。为了合理确定 GPS 和 GLONASS 的观测权, 采用 Helmert 方差分量估计求得 GPS 和 GLONASS 伪距观测值的中误差, 结果如表 1 所示, 相应的权比为 1:0.2110。众所周知, GLONASS 伪距码长是 GPS 的 2 倍, 因此理论上 GLONASS 伪距误差约为 GPS 伪距误差的 2 倍, 相应的权比应该为 1:0.25。Helmert 方差分量的估计结果确定的 GPS 伪距观测值的权比理论值稍大一点。

表 1 GPS/GLONASS 的中误差和权比

系统	中误差 /m	权
GPS	$\pm 4.5607$	1
GLONASS	$\pm 9.9289$	0.2110

从 ITRF 网站<sup>[7]</sup>获得 WHF 站的三维坐标, 将其作为坐标真值, 与以下 3 种伪距点定位方案的计算结果进行比较分析: ① GPS 单点定位整体解算; ② GLONASS 单点定位整体解算; ③ Helmert 方差分量估计整体解算。

表 2 给出了不同方案的定位结果与真值的偏差。显然 GPS 单点定位精度明显高于 GLONASS, GPS/GLONASS 组合定位精度较单一系统 GPS 或 GLONASS 定位都明显提高, 说明采用 Helmert 方差分量估计所确定的 GPS 与 GLONASS 观测值的权比是合理的。

表 2 定位结果和真值的偏差 m

方案	偏差		
	$\Delta X$	$\Delta Y$	$\Delta Z$
1	-0.5185	0.0461	-1.1808
2	-2.7847	-1.3624	3.4790
3	-0.6030	-0.0175	-0.9721

根据伪距单点定位平差所得到的伪距观测值的残差  $V$ , 可按式 (11) 计算各个历元的中误差  $m$ 。

$$m = \pm \sqrt{\frac{V^T P V}{n-5}} \quad (11)$$

式中,  $n$  为伪距观测值的个数。

文献 [3] 采用单个历元观测数据估计 GPS 与 GLONASS 观测值的精度并进行组合定位, 图 2 给出了本文方法定权与文献 [3] 所计算的各个历元中误差, 显然本文方法要优于文献 [3] 的估计方法。

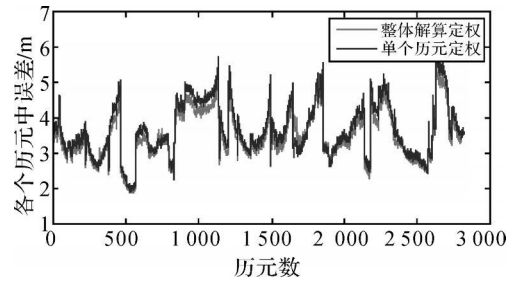


图 2 整体解算定权和单个历元定权的各个历元中误差

## 五、结束语

通过以上理论和算例分析, 可知, GPS/GLONASS 组合定位可用卫星数明显增加, 可靠性及可用性增强; GPS 单点定位精度高于 GLONASS, GPS/GLONASS 组合定位精度较单一系统 GPS 或 GLONASS 都有提高; GPS/GLONASS 组合定位时, 采用 Helmert 方差分量估计合理定权会提高定位精度。

总之, GPS/GLONASS 组合定位提高了系统的可用性和可靠性, 定位精度总体上也有所提高。其精度可以满足一些对定位精度要求不高的用户需求, 如汽车导航、航海导航等领域。随着 GLONASS 系统性能的改进, 组合定位的可用性和定位精度还将进一步提高。

## 参考文献:

- [1] Information Analytical Center GLONASS Status [EB/OL]. [2010-07-04]. [http://www.glonass-iac.rsa.ru/pls/html/kb/P\\_p=202\\_2439840336560667&NO](http://www.glonass-iac.rsa.ru/pls/html/kb/P_p=202_2439840336560667&NO).
- [2] 孙敦超. GPS/GLONASS 组合应用相关问题研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2006.
- [3] 胡国荣, 崔伟宏. 组合 GPS/GLONASS 加权单点定位方法 [J]. 兵工学报, 2002, 23(1): 59-63.
- [4] 孙洪瑞, 沈云中, 周泽波. GPS/GLONASS 点定位模型及其精度分析 [J]. 测绘工程, 2009, 18(1): 8-10.
- [5] VASILY E, VAN P, VALERY B. GLONASS Business Prospects [J]. GPS World, 2008(3): 12-15.
- [6] 崔希璋, 於宗伟, 陶本藻, 等. 广义测量平差 [M]. 新版. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [7] The International Terrestrial Reference Frame (ITRF) [EB/OL]. [2010-07-04]. <http://itrf.ensg.ign.fr/>.
- [8] Information Analytical Center GLONASS Interface Control Document Version 5.1 [M]. Moscow: [s.n.], 2008.