

基于哈达玛总方差的卫星钟差参数估计与预报

朱绍攀, 张书毕

(中国矿业大学国土环境与灾害监测国家测绘局重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘要 钟差参数估计与预报是卫星导航系统应用中的一项关键技术。本文研究了基于哈达玛总方差的钟差参数预报方法。随机部分采用幂律谱模型, 利用哈达玛总方差计算 Kalman 噪声参数, 进而得到状态噪声和测量噪声协方差阵。最后利用 IGS 数据, 验证了基于哈达玛总方差进行钟差参数估计与预报的适用性。结果表明, 短期预报精度可达到亚纳秒级。

关键词 卫星钟差 哈达玛总方差 Kalman 滤波 钟差预报

中图分类号: P228

文献标识码: A

文章编号: 1672-4097(2012)01-0007-03

1 引言

实时精密单点定位是当前卫星导航定位技术研究的热点之一^[1], 实时精密单点定位的基础是实时精密的卫星轨道和钟差^[2], 因此 GPS 卫星钟差预报是实现高精度 GPS 实时精密单点定位的重要内容。不少学者均对 GPS 卫星钟差进行了深入的研究并取得了一些有益的成果^[1-11]。常用的预报算法有: Kalman 预报、递推最小二乘和灰色系统模型^[1-4]等。

Kalman 滤波作为一种最优估计算法, 在原子钟时间尺度和 GPS 系统钟差参数预报中获得了广泛应用^[3,5-7]。但应用于卫星钟差研究的 Kalman 滤波模型通常只考虑了钟差确定性部分, 对钟差随机性部分简单视为白噪声处理, 不能真实表征噪声特点^[6-10]。实际原子钟的随机模型可由 5 种独立的幂律谱相位噪声组成^[2,9]。本文基于哈达玛总方差计算钟差随机性部分噪声参数, 利用 Kalman 滤波进行卫星钟差参数的估计与预报, 主要研究基于哈达玛总方差进行钟差参数估计与预报的算法流程、性能和适用范围。

2 卫星钟差参数估计与预报的 Kalman 算法原理

2.1 钟差模型

进行卫星钟差估计与预报, 首先需要构造精密钟差模型, 而准确表征卫星钟时频域稳定性的因素通常包括相位、钟速、钟漂等^[2,5], 因此, 一般选用包含这三种因素的二次多项模型作为钟差模型, 事实上, GPS 导航文件的卫星钟差也正是基于这三种因素构成。二次多项式钟差拟合模型如下

$$\Delta t_i = a_0 + a_1(t - t_{\alpha}) + a_2(t - t_{\alpha})^2 + v_i \quad (1)$$

式中, a_0, a_1, a_2 为星钟参数, 对应钟差(相位)、钟速和钟漂; t_{α} 为卫星钟参考时间; Δt_i 为钟差观测值。

2.2 Kalman 滤波估计和预报钟差参数的原理

卡尔曼滤波卫星钟差估计状态方程为:

$$\begin{bmatrix} x(t+\tau) \\ y(t+\tau) \\ z(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, τ 为采样间隔; $x(t), y(t), z(t)$ 分别为 t 时刻的钟差、钟速和钟漂值, 且 $y(t)$ 是 $x(t)$ 的时间导数, $z(t)$ 是 $y(t)$ 的时间导数; $\Delta x, \Delta y$ 和 Δz 为独立于 $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 的随机模型误差, 其均值为零。

式(9)可表示为如下简化形式状态方程:

$$X(k | k-1) = AX(k-1 | k-1) + W \quad (3)$$

式中, $X(k | k-1) = [x(t+\tau) \ y(t+\tau) \ z(t+\tau)]^T$ 为 t_k 时刻的 3 维状态向量, t_k 时刻与 t_{k-1} 时刻的时间间隔为 τ ; $X(k-1 | k-1)$ 是上一状态最优化结果。A 为 3×3 维状态转移矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

W 为 3 维动态模型误差向量, 其协方差阵为 Q。

Q 阵的函数模型下式^[6,9]

$$Q = E \left[\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & \Delta z \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} q_1 \tau + q_2 \frac{\tau^3}{3 + q_3 \frac{\tau^5}{20}} & q_2 \frac{\tau^2}{2} + q_3 \frac{\tau^4}{8} & q_3 \frac{\tau^3}{6} \\ q_2 \frac{\tau^2}{2} + q_3 \frac{\tau^4}{8} & q_2 \tau + q_3 \frac{\tau^3}{3} & q_3 \frac{\tau^2}{2} \\ q_3 \frac{\tau^3}{6} & q_3 \frac{\tau^2}{2} & q_3 \tau \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, q_1 、 q_2 、 q_3 对应于 Δx 、 Δy 、 Δz 的状态噪声参数, 根据幂律谱相位噪声模型^[5,8,9], 其中 q_1 可用调相随机游走噪声描述; q_2 可用调频随机游走噪声描述; q_3 可用调频随机奔跑噪声描述。

卫星钟差数据的观测方程可表示为

$$Z(k) = HX(k | k) + \Delta_k \quad (6)$$

式中, $Z_k = x(t + \tau)$ 为 1 维观测向量; $H_k = [1 \ 0 \ 0]$ 为 $1 \cdot ch3$ 维系数矩阵; Δ_k 为 1 维观测噪声向量, 其均值和协方差阵分别为零和 R , 且 Δ_k 和 W_k 不相关。

R 阵的函数模型为:

$$R = q_0 \quad (7)$$

根据幂律谱相位噪声模型^[5,8,9], 其中 q_0 主要用来吸收调相白噪声和调相闪变噪声, 以及模型误差影响。

3 基于哈达玛总方差的噪声参数的确定

考虑到铷钟的短期稳定性优于铯钟, GPS Block IIR 卫星上只搭载了 3 台铷钟, Galileo 卫星也将搭载 2 台铷钟和稳定性指标更好的 2 台被动型氢钟, 我国自主的导航系统也采用铷钟, 为此, 本将主要研究适用于铷钟的 Kalman 滤波方程。根据国外学者的研究, 采用哈达玛总方差分析铷钟的频率稳定性, 可以提高平滑时间较长时估值的置信度^[5]。

基于相位数据的哈达玛总方差可表为^[10,11]

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6\tau^2(N-3m)} \sum_{i=1}^{N-3m} [x_{i+3m} - 3x_{i+2m} + 3x_{i+m} - x_i]^2 \quad (8)$$

式(8)中: 平滑因子 m 一般取 $1 \leq m \leq \text{int}(\frac{N-1}{3})$, 相邻相位数据的时间间隔为 τ , x_i 为钟差数据, N 为钟差数据的个数。

若同时考虑观测噪声中存在的调相白噪声以及状态方程中存在的 3 种调频噪声, 则可推导出如下公式^[11]。

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{10}{3}q_0\tau^{-2} + q_1\tau^{-1} + \frac{1}{6}q_2\tau + \frac{11}{120}q_3\tau^3 \quad (9)$$

式(9)中: q_0 表示对应于调相白噪声和调相闪

变噪声的测量噪声参数。

通过式(8), 可得不同采样间隔的哈达玛总方差值, 再利用式(9), 进行最小二乘平差, 可得 q_0 、 q_1 、 q_2 、 q_3 的值。求解出噪声参数后, 通过式(5)和式(7)可以求出状态噪声和测量噪声协方差阵。然后就可以利用 Kalman 滤波进行钟差参数的估计与预报。

4 实例分析

为了验证基于哈达玛总方差利用 Kalman 滤波进行钟差参数估计与预报的有效性, 首先利用 IGS 提供的 2011 年 3 月 6 日—2011 年 4 月 4 日 30 天的, 采样间隔为 5 min 的钟差数据进行卫星钟频率稳定性分析, 选择配备铷钟的 6 号卫星作为研究对象, 计算哈达玛总方差。在此基础上计算 6 号卫星钟的噪声参数, 进而得到状态噪声和测量噪声协方差阵。而后采用 2011 年 4 月 3 日, 2011 年 4 月 4 日两天的钟差数据基于 Kalman 滤波, 进行了 1 h, 0.5 d, 1 d 的预报。以 2011 年 4 月 5 日的数据做为检核数据。实验结果如下图 1。

图 1 为实验结果图, 其中图 1(a)为 2d 的 IGS 钟差观测值与卡尔曼滤波估计值之差, 从图中可以看出波形振幅在 $-1.5 \text{ ns} \sim 1 \text{ ns}$ 之间。图 1(b)为 IGS 钟差观测值与 1h 的卡尔曼滤波预报值之差, 从图可以看出波形振幅在 $-0.2 \text{ ns} \sim 0.2 \text{ ns}$ 之间。图 1(c)为 IGS 钟差观测值与 0.5d 的卡尔曼滤波预报值之差, 从图中可以看出波形振幅在 $-1 \text{ ns} \sim 4 \text{ ns}$ 之间。图 1(d)为 IGS 钟差观测值与 1d 的卡尔曼滤波预报值之差, 从图中可以看出波形振幅在 $-2 \text{ ns} \sim 4 \text{ ns}$ 之间。

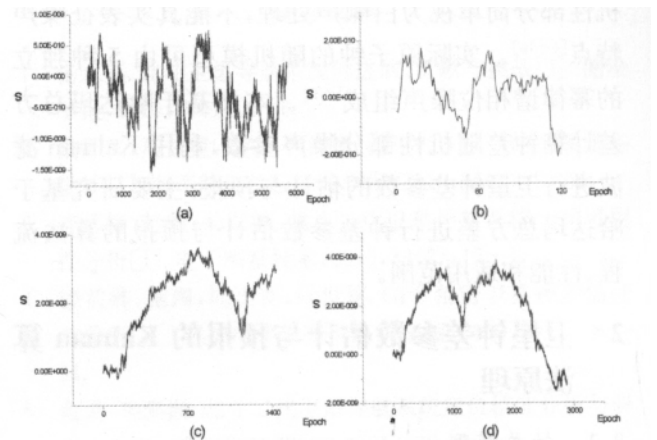


图 1 实验结果图

定义钟差预报的标准差为

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta\epsilon_i)^2} \quad (10)$$

三个预报钟差方案的标准差如下表 1:

表 1 Kalman 滤波预报精度/s

	1 h	0.5 d	1 d
RMS	8.5538E-11	9.95418E-10	1.43864E-9

基于 Kalman 滤波利用 2d 的 IGS 钟差数据进行 1 h, 0.5 d, 1 d 的钟差预报, 在短时间内可以获得亚纳秒级的预报精度, 但随着时间的增长, 预报精度逐渐降低。

5 总 结

基于哈达玛总方差分析计算出 Kalman 滤波的状态噪声协方差阵和测量噪声协方差阵后, 利用 Kalman 滤波进行铷钟的实时状态参数估计, 对于短期钟差参数预报, 可得到亚纳秒级精度。经本文研究表明, 基于哈达玛总方差进行卫星钟差参数估计与预报, 充分利用了原子钟噪声信息, 来对卫星钟钟差、钟速和频漂过行短期预报具有较好的结果。

参考文献

- 1 李黎, 匡翠林, 朱建军, 等. 基于 IGS 预报轨道实时估计精密卫星钟差[J]. 大地测量与地球动力学, 2011, 31(2): 111-116.
- 2 黄观文, 杨元喜, 张勤. 开窗分类因子抗差自适应序贯平差用于卫星钟差参数估计与预报[J]. 测绘学报, 2011, 40(1): 15-21.
- 3 郑作亚, 陈永奇, 卢秀山. 灰色模型修正及其在实时 GPS 卫星钟差预报中的应用研究[J]. 天文学报, 2008, 49(3): 306-320.
- 4 黄观文, 张勤, 王继刚. GPS 卫星钟差的估计与预报研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(6): 118-122.
- 5 郭海荣, 杨元喜, 何海波, 等. 导航卫星原子钟 Kalman 滤波中噪声方差-协方差的确定[J]. 测绘学报, 2010, 39(2): 146-150.
- 6 卫国. 原子钟时间尺度与 Kalman 滤波器[J]. 陕西天文台台刊, 1990, 13(2): 73-83.
- 7 朱祥维, 肖华, 雍少为, 等. 卫星钟差预报的 Kalman 算法及其性能分析[J]. 宇航学报, 2008, 33(3): 965-970.
- 8 郭海荣. 导航卫星原子钟时频特性分析理论与方法研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2006.
- 9 刘利, 秦永志. GPS 卫星钟噪声类型分析[J]. 全球定位系统, 2005, (2): 27-29.
- 10 EPSTEIN M., FREED G., RAJAN J. GPS IIR Rubidium clocks; in orbit performance aspects [C]. In Proceedings of the 35th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 2003: 117-134.
- 11 BREAKIRON L. A. Kalman filter characterization of cesium clocks and hydrogen masers [C]. In Proceedings of the 34th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 2002: 511-426.

Estimate and Predict Satellite Clock Error Based on Total Hadamard Variance

ZHU Shao-pan, ZHANG Shu-bi

(China University of Mining and Technology, Key Laboratory for Land Environment and Disaster Monitoring of SBSM, Xuzhou Jiangsu 221116, China)

Abstract Satellite clock error estimation and prediction are the key technique for satellite navigation systems. In this paper, satellite clock error are estimated and predicted by total Hadamard variance. The power law model was used to describe the random part of satellite clock error. A method for estimating the process noises and the observation noises of Kalman filter using total Hadamard variance was deduced. IGS observation data is analyzed to show the satellite clock error estimation and prediction method is useful. The results show that time short precision is better than 1 ns.

Key words satellite clock error; total hadamard variance; kalman filter; satellite clock error prediction

(上接第 6 页)

Design of Ground Monitoring Stations of Compass Navigation Satellite System

LI Jianfeng, HU Wu-sheng

(School of Transportation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract For the great difficulty of Chinese independent R&D compass Satellite Navigation System in the establishment of worldwide ground monitoring stations, in this paper, a kind of ground monitoring stations designs that only establish in the country have been proposed, which could achieve real-time monitoring satellites, positioning, timing and other functions. To contrast the functions of U. S. GPS system ground monitoring stations, the feasibility was analyzed form measuring the coordinates of the satellite navigation, estimating satellite clock error, injecting navigation message and collecting atmospheric data. The results show that the design has less cost, stronger real-time and meet the accuracy requirements. It is theoretically feasible.

Key words compass satellite navigation system; ground monitoring stations; scheme design; feasibility