基于 VRS 的差分 GPS 算法研究

张晓明

(福建省省级土地登记中心, 福建 福州 350001)

摘 要 随着差分 GPS 技术的发展, 其应用于工程测量也越来越及, 但随着基线长度的增加, 常规差分 GPS 定位精度亦随之降低。为此, 本文研究了基于虚拟参考站(Virtual Reference Station, VRS)的差分 GPS 定位算法, 它能有效克服常规差分 GPS 存在的缺陷, 使移动测量用户可在较大空间范围内获得均匀、高精度和可靠的定位结果。

关键词 虚拟参考站 差分 GPS 双差观测值

中图分类号: P228.4 文献标识码: A 文章编号: 1672-4097(2011)01-0003-03

1 VRS 组成原理成

GPS 是一种利用接收 GPS 卫星信号实现授时、导航和测地的高新技术。随着 GPS 理论的日臻完善以及实际应用需求的不断增加, GPS 定位技术经历了单点定位、伪距差分和载波实时动态差分技术, 特别是差分 GPS 技术的出现, 使 GPS 的定位精度有了质的飞跃, 大大扩展了 GPS 的应用领域。但常规差分 GPS 技术应用只能在一定区域范围定位精度, 随着基线长度的增加, 对流层和电离层等误差相关性减弱甚至消失, 使得 GPS 差分技术失去了理论基础[1]。为了保证差分 GPS 技术在大区域范围内的测量定位精度, 本文对差分 GPS 虚拟参考站(Virtual Reference Station, VRS)算法进行了相关研究, 能够有效克服常规差分 GPS 存在的缺陷, 使测量用户能便捷地在较大空间范围内获得均匀、高精度和可靠的定位结果, 这将是集 Internet 技术、无线通讯技术、计算机网络管理和 GPS 定位技术的综合应用系统[2,3]。

VRS 系统由系统控制中心、固定参考站网络和移动用户站三部分组成。

(1) 系统控制中心是 VRS 的核心部分, 它既是通信控制中心, 也是数据处理中心。中心利用特定的通信线路与各参考站建立数据联系, 同时通过现代无线网络(如 GPRS、CDMA、GSM 等)将差分改正信息发送给移动用户[4,5]。

(2) 固定基准站网络系统是基于多参考站观测数据融合的网络差分技术, 数个连续运行参考站覆盖一定面积, 构成以参考站为顶点的三角形。各个参考站通过无线通讯技术实时地向控制中心发送观测数据。

(3) 移动用户站配备有 GPS 接收机和无线调制解调器, 接收 GPS 观测信息的同时实时获取来自数据中心的差分改正信息, 完成差分后的 GPS 点位信息计算。

2 VRS 双差改正数生成算法

根据 GPS 相对定位理论, 固定基准站 1、2 间对卫星 j、k 求双差后观测方程为:

$$\nabla\Delta\varphi_{1,2}^{k,j} = \frac{f}{c}[\rho_2^k - \rho_2^j - \rho_1^k + \rho_1^j] - [N_2^k - N_2^j - N_1^k + N_1^j] + \frac{f}{c}[T_2^k - T_2^j - T_1^k + T_1^j] + \frac{f}{c}[I_2^k - I_2^j - I_1^k + I_1^j] + \frac{f}{c}[d\rho_2^k - d\rho_2^j - d\rho_1^k + d\rho_1^j] \quad (1)$$

其中, ρ_2^k 代表固定基准站 2 到第 k 颗卫星的几何距离, N_2^k 代表固定基准站 2 到第 k 颗卫星的整周模糊度, T_2^k 代表固定基准站 2 到第 k 颗卫星的对流层延迟误差, $d\rho_2^k$ 代表固定基准站 2 到第 k 颗卫星的轨道、多路径效应等误差影响。

令 $\nabla\Delta\rho_{1,2}^{k,j} = \rho_2^k - \rho_2^j - \rho_1^k + \rho_1^j$ 为双差距离值;

$\nabla\Delta N_{1,2}^{k,j} = N_2^k - N_2^j - N_1^k + N_1^j$ 为双差模糊度;

$\nabla\Delta T_{1,2}^{k,j} = T_2^k - T_2^j - T_1^k + T_1^j$ 为双差对流层残差;

$\nabla\Delta I_{1,2}^{k,j} = I_2^k - I_2^j - I_1^k + I_1^j$ 为双差电离层残差;

$\nabla\Delta d\rho_{1,2}^{k,j} = d\rho_2^k - d\rho_2^j - d\rho_1^k + d\rho_1^j$ 为卫星轨道、多路径效应等误差的双差后残差。

所以, 双差观测方程可以写为:

$$\lambda(\nabla\Delta\varphi_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,2}^{k,j}) = \nabla\Delta\rho_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta T_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta I_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta d\rho_{1,2}^{k,j} \quad (2)$$

$\nabla\Delta\varphi_{1,2}^{k,j}$ 可以由相位观测值计算出。由于固定参考站上的坐标是精确已知的, 而卫星坐标可以通过星历得到, 所以站星双差几何距离 $\nabla\Delta\rho_{1,2}^{k,j}$ 也是已知的, 只要精确地确定双差模糊度, 参考站间的双差电离层延迟量 $\nabla\Delta I_{1,2}^{m,n}$ 和双差对流层

延迟量 $\nabla\Delta T_{1,2}^{m,n}$ 就可以求解出来。可见,在固定参考站上双差改正数生成算法中,最关键的一步是要正确求解参考站间基线上的双差整周模糊度[6]。

令
$$V = \lambda(\nabla\Delta\varphi_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,2}^{k,j}) - \nabla\Delta\rho_{1,2}^{k,j} = \nabla\Delta T_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta I_{1,2}^{k,j} + \nabla\Delta d\rho_{1,2}^{k,j} \tag{3}$$

V 为双差综合改正数,设共有 n 个参考站,选取 1 为主参考站,其余为 $n-1$ 个副参考站,则第 i 个副参考站与主参考站 1 之间的双差综合改正数可表示为:

$$\begin{aligned} V_{1,i}^{k,j} &= \nabla\Delta T_{1,i}^{k,j} + \nabla\Delta I_{1,i}^{k,j} + \nabla\Delta d\rho_{1,i}^{k,j} \\ &= \lambda(\nabla\Delta\varphi_{1,i}^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,i}^{k,j}) - \nabla\Delta\rho_{1,i}^{k,j} \\ i &= 2, 3, \cdots, n-1 \end{aligned} \tag{4}$$

可以将 $V_{1,i}^{k,j}$ 作为各副参考站与主参考站之间的坐标差 $\Delta x_{1,i}$, $\Delta y_{1,i}$ 的线性组合,即

$$V_{1,i}^{k,j} = a\Delta x_{1,i} + b\Delta y_{1,i} \tag{5}$$

写成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} V_{1,2}^{k,j} \\ V_{1,3}^{k,j} \\ \vdots \\ V_{1,n-1}^{k,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{1,2} & \Delta y_{1,2} \\ \Delta x_{1,3} & \Delta y_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta x_{1,n-1} & \Delta y_{1,n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \tag{6}$$

当 $n=3$ 时,就形成两个线性方程组,计算出系数 a 和 b 的值,当 n 大于 3 时,采用最小二乘法计算系数 a 和 b 的值。为计算方便,将上式进行简化:

$$V = \begin{bmatrix} V_{1,2}^{k,j} \\ V_{1,3}^{k,j} \\ \vdots \\ V_{1,n-1}^{k,j} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$A = \begin{bmatrix} \Delta x_{1,2} & \Delta y_{1,2} \\ \Delta x_{1,3} & \Delta y_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta x_{1,n-1} & \Delta y_{1,n-1} \end{bmatrix} \tag{8}$$

由最小二乘原理,有

$$[\hat{a} \quad \hat{b}] = (A^T A)^{-1} A V \tag{9}$$

所以,VRS 上的双差改正数为:

$$V_{1,v}^{k,j} = \hat{a}\Delta x_{1,v} + \hat{b}\Delta y_{1,v} \tag{10}$$

3 VRS 单差观测值算法

$$\lambda(\nabla\Delta\varphi_{1,v}^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,v}^{k,j}) = \nabla\Delta\rho_{1,v}^{k,j} + V_{1,v}^{k,j} \tag{11}$$

$$\lambda(\Delta\varphi_1^{k,j} - \Delta\varphi_v^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,v}^{k,j}) = (\nabla\Delta\rho_{1,v}^{k,j} + V_{1,v}^{k,j}) \tag{12}$$

由于卫星坐标可以通过卫星星历实时解算出来,地面参考站和 VRS 坐标是已知的,因此,可以计算出它们的双差距离值 $\nabla\Delta\rho_{1,v}^{k,j}$,双差模糊度 $\nabla\Delta N_{1,v}^{k,j}$ 可以参见文献[6]和[7]解算出。因此,VRS 上的单差观测值可以解算出为:

$$\Delta\varphi_u^{k,j} = (\Delta\varphi_1^{k,j} + \nabla\Delta N_{1,v}^{k,j}) - \frac{1}{\lambda}(\nabla\Delta\rho_{1,v}^{k,j} + V_{1,v}^{k,j}) \tag{13}$$

VRS 上的单差观测方程为:

$$\Delta\varphi_v^{k,j} = \frac{1}{\lambda}\Delta\rho_v^{k,j} - \Delta N_v^{k,j} + \Delta T_v^{k,j} + \Delta\rho_v^{k,j} \tag{14}$$

4 流动站坐标计算

移动站在接收卫星信号的同时,接收控制中心发送过来的虚拟参考站的的单差改正数。

用户流动站上的单差观测方程可以表示

$$\Delta\varphi_u^{k,j} = \frac{1}{\lambda}\Delta\rho_u^{k,j} - \Delta N_u^{k,j} + \Delta T_u^{k,j} + \Delta I_u^{k,j} + \Delta d\rho_u^{k,j} \tag{15}$$

与 VRS 的单差观测方程形成双差观测方程为:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_v^{k,j} - \Delta\varphi_u^{k,j} = {} & \frac{1}{\lambda}\nabla\Delta\rho_{u,v}^{k,j} - \nabla\Delta N_{u,v}^{k,j} + \nabla\Delta T_{u,v}^{k,j} \\ & + \nabla\Delta I_{u,v}^{k,j} + \nabla\Delta d\rho_{u,v}^{k,j} \end{aligned} \tag{16}$$

由于用户流动站与 VRS 站相当接近,可以认为对流层和电离层误差近似相同,因此有:

$$\nabla\Delta T_{u,v}^{k,j} \approx 0 \quad \nabla\Delta I_{u,v}^{k,j} \approx 0 \quad \nabla\Delta\rho_{u,v}^{k,j} \approx 0$$

于是方程可以简化为:

$$\nabla\Delta\varphi_{u,v}^{k,j} = \Delta\varphi_v^{k,j} - \Delta\varphi_u^{k,j} = \frac{1}{\lambda}\nabla\Delta\rho_{u,v}^{k,j} - \nabla\Delta N_{u,v}^{k,j} \tag{17}$$

获取双差观测方程后,就可以解算出流动站用户的坐标位置。

若两观测站,同步观测的卫星为 s^j 和 s^k,并以 s^j 为参考卫星,则双差观测方程式(17)的线性化形式为

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\varphi_{u,v}^{k} = {} & \frac{1}{\lambda}\left[\left(\Delta l_u^k,\ \Delta m_u^k,\ \nabla n_u^k \right) \begin{bmatrix} \delta x_u \\ \delta y_u \\ \delta z_u \end{bmatrix} - \nabla\Delta N_{u,v}^k \right] \\ & + \frac{1}{\lambda}\left[\rho_{u0}^k(t) - \rho_v^k(t) - \rho_{u0}^j(t) + \rho_v^j(t) \right] \end{aligned} \tag{18}$$

其中

$$\nabla\Delta\varphi_{u,v}^k = \Delta\varphi_{u,v}^k - \Delta\varphi_{u,v}^j$$

$$\begin{bmatrix} \Delta l_u^k \\ \Delta m_u^k \\ \Delta n_u^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_u^k - l_u^j \\ m_u^k - m_u^j \\ n_u^k - n_u^j \end{bmatrix}$$

$$\nabla\Delta N_{u,v}^k = \Delta N_{u,v}^k - \Delta N_{u,v}^j$$

如果假设 $\nabla\Delta L_{u,v}^k = \nabla\Delta\varphi_{u,v}^k - \frac{1}{\lambda}[\rho_{u0}^k(t) - \rho_v^k(t) - \rho_{u0}^j(t) +$

$\dot{\rho}(t)]$，则(18) 式可以改写成误差方程式的形式为

$$v^k(t) = \frac{1}{\lambda}\left[\Delta l_u^k(t) \quad \Delta m_u^k \quad \Delta n_u^k\right]\begin{bmatrix}\delta x_u \\ \delta y_u \\ \delta z_u\end{bmatrix} + \nabla\Delta N_{u,v}^k + \nabla\Delta L_{u,v}^k \tag{19}$$

当两观测站同步观测的卫星数为 n 时, 可以得到的误差方程组为

$$V = A\,\delta X_u + B\,\nabla\Delta N + \nabla\Delta L \tag{20}$$

其中

$$V = \left[v^1, v^2, \cdots, v^{n-1}\right]^T$$

$$A = \frac{1}{\lambda}\begin{bmatrix}\Delta l_u^1 & \Delta m_u^1 & \Delta n_u^1 \\ \Delta l_u^2 & \Delta m_u^2 & \Delta n_u^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta l_u^{n-1} & \Delta m_u^{n-1} & \Delta n_u^{n-1}\end{bmatrix}$$

$$\underset{(n-1)\times(n-1)}{B} = \begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\underset{(n-1)\times 1}{\nabla\Delta N} = \left[\nabla\Delta N_{u,v}^1, \nabla\Delta N_{u,v}^2, \cdots, \nabla\Delta N_{u,v}^{n-1}\right]^T$$

$$\underset{(n-1)\times 1}{\nabla\Delta L} = \left[\nabla\Delta L_{u,v}^1, \nabla\Delta L_{u,v}^2, \cdots, \nabla\Delta L_{u,v}^{n-1}\right]^T$$

$$\delta X_u = \left[\delta x_u, \delta y_u, \delta z_u\right]^T$$

因此, 相应的法方程式及其解可表示为

$$N\,\Delta Y + F = 0 \tag{21}$$

$$\Delta Y = -N^{-1}F \tag{22}$$

其中

$$\Delta Y = \left[\delta A_u, \nabla\Delta N\right]^T$$

$$N = (A \quad B)^T P (A \quad B)$$

$$F = (A \quad B)^T P\,\nabla\Delta L$$

P 为双差观测量的权阵。

单基线平差解算后得出待定参数估值(如测站坐标、双差整周待定值等)及其方差协方差阵, 可以用来进行初步评定双差观测值的质量优劣。

5　结　论

本文研究了基于 VRS 的差分 GPS 定位的基本原理。常规差分 GPS 能在一定区域范围内保证移动站用户的定位精度, 但随着基线长度的增加, 对流层和电离层等误差的相关性减弱甚至消失, 使得常规差分 GPS 技术不能满足测量精度要求。而基于 VRS 的差分 GPS 定位, 在中长基线距离的情况下, 能够保证可靠的、厘米级的定位精度。

参考文献

1　喻国荣, 王庆, 彭慧. 多参考站网络的虚拟观测值生成算法[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2007(11): 1 113-1 116

2　WEI Erhu, CHAI Hua, LIU Jingnan, AN Zhiguo. On the Generation Algorithm of VRS Virtual Observations [J]. Geo-spatial Information Science, 2007, 10(2): 91-95

3　Lambert Wanninger. Virtual reference stations (VRS) [J]. GPS Solutions 2003(7): 143-144

4　Guorong Hu, Victor Hock Soon Khoo, Pong Chai Goh, Choi Look Law. Performance of Singapore Integrated Multiple Reference Station Network (SIMRSN) for RTK Positioning[J]. GPS Solutions, 2002 (6): 65-71

5　石杏喜, 赵春霞, 郭剑辉. 多机器人导航中 VRS 的构建及定位算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45 (5): 200-206

6　罗孝文, 欧吉坤. 中长基线 GPS 网络 RTK 模糊度快速解算的一种新方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007(2): 156-159

7　Han S. Carrier Phase-Based Long-Range GPS Kinematic Positioning [D]. The University of New SouthWales, Sydney, Australia, 1997.

The Research of Difference GPS Algorithm Based on VRS

ZHANG Xiao-ming

(Fujian Provincial Land Registry Centre, Fuzhou Fujian 350001, China)

Abstract　VRS has been very common to be used in engineering survey with the development of difference GPS (DGPS). However, with the increasing of baseline length, the precision of routine DGPS will be decreased. In this paper, we research the algorithm of DGPS based on the virtual reference station (VRS), which can avoid the defect brought by the routine DGPS and make mobile measuring user to get an average and reliable precision in a large zone.

Key words　virtual reference station(VRS); difference GPS; double difference observations