

多面函数法在丘陵区 GPS 水准拟合中的应用研究

管 真, 石风森, 唐秀蓉

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

摘要: 为提高丘陵地区 GPS 水准拟合精度, 建立适合当地测区的拟合模型, 采用多面函数法对高程异常进行拟合。通过实例对模型关键问题和拟合精度进行了分析, 重点研究光滑因子的选取对核函数的影响, 并与二次曲面拟合法相对比, 进行了精度分析。

关键词: 多面函数; 核函数; 光滑因子; 双曲面; 水准拟合

中图分类号: P228.4 **文献标识码:** B **文章编号:** 1672 - 5867(2012)01 - 0124 - 03

Research on the Application of Multidimensional Function Method in GPS Leveling Fitting Accuracy of Hilly Terrain

GUAN Zhen, SHI Feng - miao, TANG Xiu - rong

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract: To improve the GPS leveling fitting accuracy of hilly terrain and to build the adaptive fitting model of the coverage, this article uses the multidimensional function method to fit the height anomaly. The key points and fitting accuracy of modeling are analyzed through examples and the research puts great emphasis to finding out how the selection of the smoothing factor affects the kernel function. Compared with conicoid fitting, the fitting accuracy of multidimensional function method is also analyzed.

Key words: multidimensional function; kernel function; smoothing factor; hyperboloid; leveling fitting

0 引言

多面函数法, 是一种数学曲面逼近方法, 基本思想是任何数学表面或不规则的圆滑表面, 总可以用一系列有规则的数学表面的总和以任意精度逼近。在 GPS 水准拟合中, 多面函数法由于核函数选择、光滑因子的取值等问题上没有确定的说法, 又无适合 GPS 水准拟合的最优计算方法^[1], 因此该方法还处于实验阶段, 在实际工作中没有被广泛应用。

1 多面函数法原理

1.1 数学模型

似大地水准面是一个不规则曲面, 根据多面函数的基本思想和似大地水准面的特点, 多面函数应用于高程异常时, 可表示为^[2]:

$$\xi(x, y) = \sum_{j=1}^n \beta_j F(x, y, x_j, y_j) \quad (1)$$

式中: β_j 为待定系数; $F(x, y, x_i, y_i)$ 为 x 和 y 的核函数, 其核心在 (x_i, y_i) 处; n 为规则数学表面的总和。核函数可以

有多种表现形式, 为了简单一般都采用对称函数, 常用的核函数主要有以下几种^[3]:

1) 正双曲面

$$F(x, y, x_i, y_i) = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (2)$$

2) 倒双曲面

$$F(x, y, x_i, y_i) = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{-1/2} \quad (3)$$

1.2 模型需注意的问题

1) 核心点的选取和分布

在较大区域内如果有较多的 GPS 水准点, 可选其中部分作为核心点, 其余作为检核点。对于小区域的 GPS 网, 由于 GPS 水准点数量较少, 可全部用来作为核心点, 并在测区内适当取部分点进行检核。

2) 核函数的选取

Hardy 的研究结果是对扰动位型调和函数拟合倒双曲面函数, 对地形模型非调和型拟合正双曲面函数^[4]。本文主要对正、倒双曲面两种核函数进行研究。

3) 光滑因子 δ 的选取

δ 的作用是改变核函数的性状, 但 δ 的选取比较困难, 是需要深入研究的问题。

收稿日期: 2010 - 10 - 25

作者简介: 管 真(1983 -), 男, 山东潍坊人, 工程师, 学士, 主要从事工程测量工作。

2 工程应用

以某区域为例,利用该区 23 个 D 级 GPS 水准点进行实验。该区属丘陵地区,最大高差 110 m,测区面积 80 km²。测区内以沙砾为主,地貌破碎。坐标点位如图 1 所示。

选取 GB1, GB2, GB4, P01, P03, P04, P07, P10, P12, P13, P21, P22 12 个点作为已知点、其余 11 个点作为检核点。通过计算,求得正、倒双曲面函数的拟合结果,并计算不同方法的中误差。

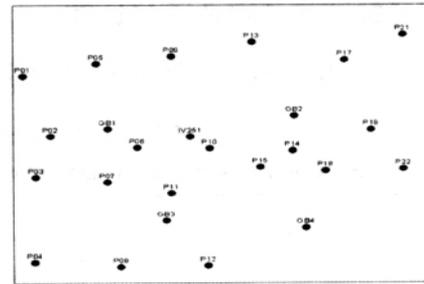


图 1 GPS 点位图

Fig. 1 Map of GPS point position

表 1 不同 δ 值对应正双曲面函数拟合误差 单位: cm

Tab. 1 Fitting errors of forward hyperboloid with different values of δ (Unit: cm)

δ 值(无单位)	0	10	100	2 000	15 000	20 000	50 000
拟合中误差	81.93	81.75	80.20	61.10	3.21	2.10	1.51
误差 > 3 cm 点数	11	11	11	11	4	2	1

2.1 光滑因子 δ 对正双曲面函数的影响

选取不同的 δ 值进行实验,求得正双曲面函数的拟合误差。

由表 1 可知,对于正双曲面函数,光滑因子 δ 取值大于 15 000 时,拟合结果比较理想。可见 δ 取值越大,函数精度越高,拟合效果越好。图 2 为 δ 取相关值时,检查点高程异常与拟合值比较。

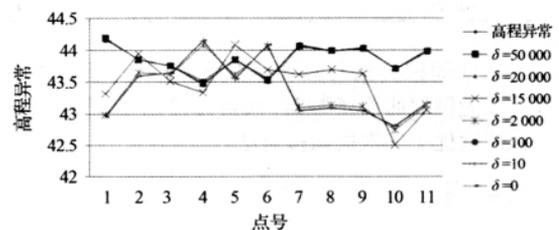


图 2 δ 取值 0 - 50 000 时正双曲面函数拟合结果

Fig. 2 Fitting results of forward hyperboloid when values of δ are 0 - 50 000

2.2 光滑因子 δ 对倒双曲面函数的影响

选取不同的 δ 值进行实验,求得倒双曲面函数的拟合误差。

表 2 不同 δ 值对应倒双曲面函数拟合误差 单位: cm

Tab. 2 Fitting errors of inverse hyperboloid with different values of δ (Unit: cm)

δ 值(无单位)	0.5	100	8 000	15 000	20 000	50 000	100 000
拟合中误差	4 806.71	3 606.21	26.23	4.51	1.28	1.36	3 931.13
误差 > 3 cm 点数	11	11	11	8	0	1	11

由表 2 可知,对于倒双曲面函数,光滑因子 δ 取值越大,拟合效果越好。但当 δ 取值 100 000 时,拟合精度大幅降低,与 δ 取值 100 时较为接近,因此在本测区 δ 取值 20 000 时,拟合效果较为理想。图 3 为 δ 取值 8 000 ~ 50 000 时,检查点高程异常与拟合值比较。

2.3 光滑因子数学模型

核函数中光滑因子的选取对于拟合精度的影响比较大,需要不断尝试光滑因子的选取。由以上实验可知,通过对本测区已知点数据分析研究,已知点间的最大距离为 16 255 m,而在本测区内正、倒双曲面函数中 δ 的取值均大于该值,设已知点之间距离的集为 D ,当 $\delta > D_{\max}$ 时,拟合精度较高。

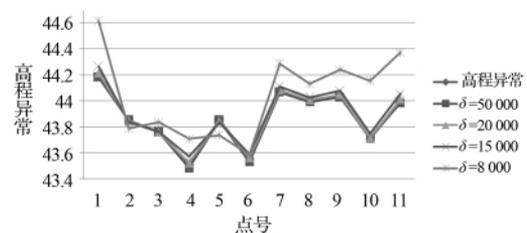


图 3 δ 取值 8 000 - 50 000 时倒双曲面函数拟合结果

Fig. 3 Fitting results of inverse hyperboloid when values of δ are 8 000 - 50 000

3 多面函数法与二次曲面法比较

采用二次曲面拟合法,以相同的方式进行计算,求得

高程异常二次曲面拟合函数,并和倒双曲面函数拟合法进行比较, δ 取值为 20 000。拟合结果比较见表 3。

表 3 多面函数法与二次曲面拟合法精度比较 单位:m

Tab. 3 Comparison of accuracy between multidimensional function and conicoid fitting(Unit: m)

点号	高程异常	二次曲面拟合法		多面函数法	
		拟合值	差值	拟合值	差值
GB3	44.190 9	44.152 9	-0.038 0	44.215 5	0.024 7
251	43.853 3	43.859 8	0.006 5	43.847 9	-0.005 3
P02	43.764 3	43.753 5	-0.010 8	43.761 36	-0.002 9
P05	43.516 6	43.514 7	-0.001 9	43.524 9	0.008 3
P06	43.858 2	43.872 6	0.014 4	43.847 0	-0.011 1
P09	43.556 6	43.547 5	-0.009 1	43.562 7	0.006 1
P11	44.080 7	44.072 4	-0.008 3	44.086 2	0.005 5
P14	43.994 5	44.008 7	0.014 2	44.009 2	0.014 7
P15	44.038 3	44.026 1	-0.012 2	44.050 4	0.012 1
P17	43.711 2	43.700 7	-0.010 5	43.720 0	0.008 8
P18	43.996 3	43.977 6	-0.018 7	44.013 9	0.017 6
拟合中误差		0.016 6		0.012 8	

二次曲面拟合法与多面函数法比较,多面函数法选取核函数为倒双曲面函数时,只要光滑因子 δ 取值恰当,其拟合精度优于二次曲面拟合法。

4 结束语

1) 通过对多面函数法进行分析,研究多面函数中光滑因子的选取对核函数的影响规律。对于正双曲面函数,光滑因子越大,拟合精度越高;对于倒双曲面函数,拟合精度随着光滑因子的增大而提高,但光滑因子存在一个极值,超过这个值,拟合精度就会逐渐降低。因此确定光滑因子的极值,是倒双曲面函数存在的难题,需要不断地取值验证。

2) 通过对本次实验数据的分析研究,得出在本测区内光滑因子经验公式:设已知点之间距离的集为 D ,当光滑因子 $\delta > D_{\max}$ 时,拟合精度较高。

3) 多面函数法与二次曲面拟合法相比较,多面函数法拟合精度优于二次曲面拟合法,且多面函数法在地形

复杂地区拟合效果较为理想。

多面函数拟合法在理论上比较严密,但在实际应用中有些困难,特别是对核函数的选取和光滑因子的确定,需要不断试验改进选取。

参考文献:

- [1] 高伟,徐绍铨. GPS 高程分区拟合转换正常高的研究[J]. 武汉大学学报:信息科学版,2004,29(10):908-912.
- [2] 姚吉利,褚丽丽. GPS 水准面拟合方法研究[J]. 测绘工程,2005(12):23-26.
- [3] 李胜. GPS 高程异常拟合研究[D]. 大连:大连理工大学硕士学位论文,2006.
- [4] 张旭东. GPS 水准高程拟合模型研究[D]. 沈阳:东北大学硕士学位论文,2002.

[编辑:胡雪]

(上接第 123 页)

参考文献:

- [1] Bach Jeffrey R. . A visual information management system for the interactive retrieval of faces [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,1998,5(4):59-67.
- [2] Simone Santini. Emergent Semantics through Interaction in Image Databases [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,2001,13(3):105-112.
- [3] Richard D. Holowczak. . An Experimental Study on Content-Based Image Classification for Satellite Image Databases [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,2002,40(6):136-145.

- [4] 周明全,耿国华,韦娜. 基于内容图像检索技术[M]. 北京:清华大学出版社,2007.
- [5] 李向阳,庄越挺,潘云鹤. 基于内容的图像检索技术与系统[J]. 计算机研究与发展,2001(3):86-90.
- [6] 石军,常义林. 图像检索技术综述[J]. 西安电子科技大学学报,2003(4):89-95.
- [7] 刘忠伟,章琬晋. 综合利用颜色和纹理特征的图像检索[J]. 通信学报,1999(5):202-205.

[编辑:宋丽茹]